

都市内人口分布の解析とシミュレーション

鈴木 啓祐

I はしがき*

時系列の分析においては、ある時点 t における現象 X の観測値 X_t を、それ以前の時点 $t-1, t-2, \dots$ におけるその観測値 X_{t-1}, X_{t-2}, \dots によって説明するモデル¹⁾ が取り扱われる場合がある。

また、計量経済学の分野においては、観測時点（あるいは、観測期間）の異なる変数を含んだモデルが構築され、動学モデル（dynamic model）²⁾と名づけられている。

これらのモデルを式で示してみると、前者、

* この論文の一部、特にIIIおよびVIの部分は、1977年5月30日～31日に福島県立医科大学で開催された日本人口学会第29回大会において発表した（日本人口学会第29回大会報告要旨集、14頁）。

なお、その後においておこなったコンピューターを用いたシミュレーションによる研究に際しては、コンピューターによる計算作業のためフジミック（FUJIMIC, Fuji Management Information Center）の浜名泰三氏および蒲耕二氏の協力を得た。ここに記して謝意を表す。

また、この研究の一部は、日本大学経済学部経済科学研究所の交付する研究費による「昭和52年度共同研究」（共通テーマ「転換期における日本経済の現状分析」）における黒田俊夫教授との共同研究「人口構造の変化が社会経済構造に及ぼす影響に関する研究」の筆者の分担部分「地域的人口分布と社会現象」の一部としておこなわれた。

1) Akaike, Hirotugu : "Fitting Autoregressive Models for Prediction," Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol. 21, No. 2, 1969, pp. 243-247.

Akaike, Hirotugu : "Statistical Predictor Identification," Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol. 22, No. 2, 1970, pp. 203-217.

赤池弘次：「情報量規準とは何か」『数理科学』1976年3月号、東京、サイエンス社、1976年、5-11頁

鈴木啓祐：『現代統計学入門』（第4版）、東京、交通日本社、昭和53年、332-333頁。

2) 中山伊知郎編：『経済学大辞典 I』、東京、東洋経済新報社、昭和30年、72-83頁。

鈴木啓祐：『計量経済学的方法の基礎』、東京、交通日本社、昭和51年、161頁。

すなわち、自己回帰モデル（autoregressive model）は、

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + \cdots + a_k X_{t-k} \quad (1.1)$$

あるいは、

$$X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}) \quad (1.2)$$

によって、また、後者は、たとえば、

$$Y_t = a_0 + a_1 X_{1-t-1} + a_2 X_{2-t-1} + a_3 X_{3-t-1} \quad (1.3)$$

あるいは、

$$Y_t = f(X_{1-t-1}, X_{2-t-1}, X_{3-t-1}) \quad (1.4)$$

のような式（あるいは、この種の形の多数の式）によって示される。ただし、 $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ は、パラメーター、 Y, X_1, X_2, X_3 は、それぞれ互いに異なる種類の事実、あるいは現象の観測結果、そして、添字 $t, t-1, t-2, t-k$ は、それぞれ時点あるいは期間 $t, t-1, t-2, t-k$ における観測結果であることを示す記号である。

これらのモデルでは、一般に、ある時点における事実や現象が、その他の時点（ここでは、特に、そのある時点以前の時点）における事実や現象によって決定されることが示されている。

時系列におけるこのような関係を空間的に（地域的に）得られた観測結果に関するモデルに適用したならば、どのようなモデルが得られるであろうか。

時刻は、一直線上に並べることができるために、 $t, t-1, t-2, \dots$ などによって、時点や期間を示すことができるが、空間内の地点や地域は、必ずしも一直線上に並べることができない。しかし、ある地点あるいは地域に、最も近くにある地点や地域、それらのつぎに近くにある地点や地域、そして、最も遠くにある地点や地域を

区別することは、適当な定義を与えれば、可能である。

いま、もし、ある地域をいくつかの小地域に分け、第 i 番目の地域を第 i 地域 R_i とし、この地域に最も近い m_{i1} 個の地域を $R_{i1}(1), R_{i1}(2), \dots, R_{i1}(m_{i1})$ 、地域 R_i に第 2 番目に近い m_{i2} 個の地域を $R_{i2}(1), R_{i2}(2), \dots, R_{i2}(m_{i2})$ 、一般に、 R_i 地域に k 番目に近い m_{ik} 個の地域を、 $R_{ik}(1), R_{ik}(2), \dots, R_{ik}(m_{ik})$ とすれば、時系列において取り扱われた式(1.2)や(1.4)のような式に対応する地域別に得られた観測値に関するモデルは、たとえば、

$$Z_i = f\{Z_{i1}(1), Z_{i1}(2), \dots, Z_{i1}(m_{i1}), \\ Z_{i2}(1), Z_{i2}(2), \dots, Z_{i2}(m_{i2}) \\ \dots \dots \dots \\ Z_{ik}(1), Z_{ik}(2), \dots, Z_{ik}(m_{ik})\} \quad (1.5)$$

あるいは、

という形になるであろう。ただし、 Z_i は地域 R_i における現象 Z の観測値、 $Z_{ip}(q)$ および $W_{ip}(q)$ ($q=1, 2, \dots, m_{ip}$; $p=1, 2, \dots, k$) は、地域 $R_{ip}(q)$ における現象 Z および W の観測値である。また、ここでは、 Z_i 、 $Z_{ip}(q)$ および、 $W_{ip}(q)$ の観測時点は考慮されていない。

もしも、時点 t における $Z_i (Z_{it})$ が時点 $t-1$ における $Z_{ip} (q) (Z_{ip} (q)_{t-1})$ によって決定されるならば、

$$Z_{it} = f\{Z_{i(t-1)}, Z_{i1}(1)_{t-1}, \dots, Z_{i1}(m_{i1})_{t-1}, \\ Z_{i2}(1)_{t-1}, \dots, Z_{i2}(m_{i2})_{t-1}, \\ \dots, \\ Z_{ik}(1)_{t-1}, \dots, Z_{ik}(m_{ik})_{t-1}\} \quad (1.7)$$

という式が得られるであろう。ただし、この式

においては、 $Z_{i,t-1}$ も Z_{it} に影響を及ぼすと仮定した。

式(1.7)のモデルにおいては、ある1つの地域の現象の状態が、他の地域のそれに影響を与えること——いいかえれば、 $Z_{ip}(q)_{t-1}$ が Z_{it} に影響を与えること——が示されている。これは、一種の波及現象を示す式であるといえる。したがって、ここでは、この種の式で示されるモデルを「波及モデル (contageous model)」と名づけることにする (いうまでもなく、一般に、 Z_{it} が、 $Z_{ip}(q)_{t-r}$, $W_{ip}(q)_{i-r}$ ($r=1, 2, \dots$) などに影響されることを示す式によるモデルが、ここにいう波及モデルである)。

これに対して、ある1つの地域の現象の状態が、他の地域のそれに影響を与える、そのある1つの地域のそれにのみ影響を与えるモデルを非波及モデル (non-contagious model) と名づけることにする。

この小論では、波及モデルを用いて、都市内部の人口分布の構造を説明し、その構造を示すモデルによって都市内部の人口分布のシミュレーションを試みた。

II 都市内人口分布モデル

ここで考察の対象とする都市内人口分布とは、
都市地域の内部をいくつかの小地域に分割し、
その各小地域内の人口、あるいは人口密度から
とらえられるこの地域の人口分布状態である。

都市内の人口分布の時間的変化は、一般に、主として、社会(S)的、経済(E)的、ならびに文化(C)的諸要因によって決定されるといえよう。いうまでもなく、都市内においても、他の地域と同様に、出生や死亡が発生し、これら人口学的要因によって、この地域の人口分布が影響を受けるであろうが、上述の諸要因のこの地域の人口分布への影響は、出生、死亡のそれを無視し得る程度に大きいといえる。

たとえば、人口密度、住宅密度、道路や鉄道による移動の容易性、勤務地までの距離などの社会的要因、就業機会の大きさ、賃金水準の高さなどの経済的要因、教育機関、図書館、公会

堂、遊園地、公園、博物館までの距離、劇場、映画館の密度などの社会的要因が、都市内人口分布に大きく影響を及ぼすと考えられる。

したがって、都市内の第*i*地域(R_i)の人口密度 D_{it} は、都市内のすべての地域 R_j ($j=1, 2, \dots, i, \dots, n$)およびその周辺の地域(第*i*地域の周辺地域) R_j ($j=n+1, \dots$)の社会的要因 S^u_j ($j=1, 2, \dots, n, n+1, \dots; u=1, 2, \dots$)、経済的要因 E^v_j ($j=1, 2, \dots, n, n+1, \dots; v=1, 2, \dots$)、および文化的要因 C^w_j ($j=1, 2, \dots, n, n+1, \dots; w=1, 2, \dots$)によって決定され、

$$\begin{aligned}
 D_{it} = & f(S^1_1, S^1_2, \dots, S^1_n, S^1_{n+1}, \dots \\
 & S^2_1, S^2_2, \dots, S^2_n, S^2_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & S^u_1, S^u_2, \dots, S^u_n, S^u_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & E^1_1, E^1_2, \dots, E^1_n, E^1_{n+1}, \dots \\
 & E^2_1, E^2_2, \dots, E^2_n, E^2_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & E^v_1, E^v_2, \dots, E^v_n, E^v_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & C^1_1, C^1_2, \dots, C^1_n, C^1_{n+1}, \dots \\
 & C^2_1, C^2_2, \dots, C^2_n, C^2_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & C^w_1, C^w_2, \dots, C^w_n, C^w_{n+1}, \dots \\
 & \dots \dots \dots) \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

によって示されるであろう。ただし、 u, v, w は、それぞれ多種の社会的、経済的、文化的諸要因に与えた番号で、たとえば、 S^u は、第u社会的要因の定量的測定値である。また、ここでは、 S^u_j, E^v_j 、および C^w_j に、それらを測定した時点を明示しなかったが、厳密にいえば、いうまでもなく、時点 t における D_{it} の値は、時点 $t-1, t-2, \dots$ における各種要因によって決定されるといえよう。

ところで、いま、時点 t における D_{it} そのものの(D_{it})を、種々の時点において測定された S^u_j, E^v_j および C^w_j ($j=1, 2, \dots, n, n+1, \dots; u=1, 2, \dots; v=1, 2, \dots; w=1, 2, \dots$)の D_{it} に対する影響のメルクマール(Merkmal、指標)とすれば、種々の時点における S^u_j, E^v_j 、および

C^w_j が D_{it} を決定する機構を、最も簡単に、

$$\begin{aligned}
 D_{it} = & \varphi(D_{1,t-1}, D_{2,t-1}, \dots, D_{n,t-1}, \\
 & D_{n+1,t-1}, \dots) \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

という式によって示すことができよう。この式の特別な形として、

$$\begin{aligned}
 D_{it} = & g\{D_i(0)_{t-1}, D_i(1)_{t-1}, D_i(2)_{t-1}, \dots \\
 & D_i(m_i)_{t-1}\} \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

が考えられる。ただし、 $D_i(0)_{t-1}$ は時点 $t-1$ における第*i*地域の人口密度、すなわち、 D_{it} 、 $D_i(q)_{t-1}$ は時点 $t-1$ における第*i*地域の周辺の第*q*番目の地域(第*q*周辺地域)の人口密度である。

他方、時点 $t-1$ から t までの期間 t における第*i*地域の人口密度の変化量 $\Delta D_{i(t)}$ は、

$$\Delta D_{i(t)} = D_{it} - D_{i(t-1)} \quad (2.4)$$

であるから、式(2.3)と(2.4)とから

$$\begin{aligned}
 \Delta D_{i(t)} = & g\{D_i(0)_{t-1}, D_i(1)_{t-1}, \dots, \\
 & D_i(m_i)_{t-1}\} - D_i(0)_{t-1} \\
 = & \varphi\{D_i(0)_{t-1}, D_i(1)_{t-1}, \dots, \\
 & D_i(m_i)_{t-1}\} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

が得られる。

ここで、式(2.5)の特殊な形として、

$$\begin{aligned}
 \Delta D_{i(t)} = & \varphi[\frac{1}{2}\{\max_q(D_i(0)_{t-1}, D_i(1)_{t-1}, \dots, \\
 & D_i(q)_{t-1}, \dots, D_i(m_i)_{t-1}) + \min_q(D_i \\
 & (0)_{t-1}, D_i(1)_{t-1}, \dots, D_i(q)_{t-1}, \\
 & \dots, D_i(m_i)_{t-1})\}] \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

という式が挙げられる。ただし、 $\max_q(\dots)$

$\min_q(\dots)$ とは、()内にある $D_i(q)_{t-1}$ ($q=0, 1, 2, \dots, m_i$)のうち最大(max)あるいは最小(min)をえらぶという記号である。

いま、式(2.6)の右辺の[]内の値を $\tilde{D}_{i(t-1)}$ とすれば、この式は、

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i(t-1)}) \quad (2.7)$$

と書ける。

この式(式(2.7))が、ここで提唱する都市内人口分布モデルで用いられる基本的関係である。この関係は、Iで述べたモデルの分類によれば、波及モデルにおけるそれである。

式(2.4)と(2.7)とから、

$$D_{it} = D_{i,t-1} + \varphi(\tilde{D}_{i,t-1}) \quad (2.8)$$

が得られるが、 $\varphi(\tilde{D}_{i,t-1})$ を与えることによって、 $\tilde{D}_{i,t-1}$ が得られれば、 D_{it} を得ることができる。これ（あるいは、式(2.4)と(2.7)）が、ここで提案する都市内人口分布モデルである。

III 都市内人口分布モデルによる 都市人口分布の解析

IIに示した都市内人口分布モデルによって、都市内の人口分布が時間的にどのように推移するかを実験するため、都市地域とみなされる地域を図1に示されるような18個の小地域に区分し、それらの小地域に番号を与え（図1）、第*i*番目の小地域を第*i*地域(R_i)とし、その地域の周辺地域($R_i(q)$ ($q=1, 2, \dots$))を、第*i*地域の境界線または、第*i*地域の境界線でできる頂点を共有する地域の地域と定めた。たとえば、第22地域 R_{22} の周辺地域 $R_{22}(1), R_{22}(2), R_{22}(3), \dots, R_{22}(8)$ は第12, 第13, 第14, 第21, 第23, 第30, 第31, 第32地域となる。また、第1地域 R_1 の周辺地域 $R_i(q)$ は、第2, 第10, 第11地域とした。第6地域のような地域では、第5, 第7, 第14, 第15, 第16地域をその周辺地域 $R_1(q)$ とした。

ここで、式(2.8)の都市内人口分布モデルにおける関数 $\varphi(\tilde{D}_{i,t-1})$ と初期($t=0$)の人口分布すなわち、第*i*地域($i=1, 2, \dots, 81$)の人口

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81

（注）小地域内の数字が各小地域に与えられた番号である。

図1 都市地域内の小地域とその番号

表1 $\tilde{D}_{i,t-1}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係 ($\varphi(\tilde{D}_{i,t-1})$)

$\tilde{D}_{i,t-1}$	$\Delta D_{i(t)}$	$\tilde{D}_{i,t-1}$	$\Delta D_{i(t)}$
未満			
0 - 0.5	0	10.5-11.5	-5
0.5- 1.5	0	11.5-12.5	-6
1.5- 2.5	1	12.5-13.5	-7
2.5- 3.5	1	13.5-14.5	-8
3.5- 4.5	2	14.5-15.5	-9
4.5- 5.5	3	15.5-16.5	-10
5.5- 6.5	4	16.5-17.5	-11
6.5- 7.5	2	17.5-18.5	-12
7.5- 8.5	0	18.5-19.5	-13
8.5- 9.5	-2	19.5-20.5	-14
9.5-10.5	-3	20.5	-15

密度を与えると、 $t > 1$ における都市内人口分布を逐次算出することができる。

ここでは、関数 $\varphi(\tilde{D}_{i,t-1})$ を表1に示されるような関数とした。また、 $t=0$ における人口分布は、 R_{41} の人口密度 D_{41} を3とし、他の地域の人口密度 D_h ($h \neq 41$)を0とした。したがって、たとえば、 $t=1$ における第33地域の人口密度 $D_{32,1}$ は、

$$\begin{aligned}
 D_{32,1} &= D_{32,0} + \varphi(\tilde{D}_{32,0}) \\
 &= 0 + \varphi[\frac{1}{2}\{\max_q (D_{22,0}, D_{23,0}, D_{24,0}, \\
 &\quad D_{31,0}, D_{32,0}, D_{33,0}, D_{40,0}, D_{42,0}) + \\
 &\quad \min_q (D_{22,0}, D_{23,0}, D_{24,0}, D_{31,0}, \\
 &\quad D_{32,0}, D_{33,0}, D_{40,0}, D_{41,0}, D_{42,0})\}] \\
 &= 0 + \varphi[\frac{1}{2}\{\max (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \\
 &\quad 3, 0) + \min (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, \\
 &\quad 0)\}] \\
 &= 0 + \varphi[\frac{1}{2}(3+0)] \\
 &= 0 + \varphi(1.5) \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

となる。表1によれば、

$$\varphi(1.5)=1 \tag{3.2}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned}
 D_{32,1} &= 0 + 1 \\
 &= 1 \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

となる。

同様の計算過程を用いて、すべての地域の $t=1$ における人口密度の値 D_{i1} ($i=1, 2, \dots, 81$)を得ることができる。この D_{i1} と表1とを用い

て、上記のような計算をおこなえば、 D_{it} ($i=1, 2, \dots, 81$) を得ることができる。したがって、 $t > 0$ における任意の時点における各地域の人口密度を求めることができる。

表1の $\varphi(\tilde{D}_{it-1})$ の値は、都市地域の内部において人口密度が高まると、ある程度の高さまでは生活上の快適性が高まり、人口密度の増加 ($\Delta D_{it} > 0$) が現れるが、それ以上の高さに達すると逆に生活上の快適性が低まり、人口密度の減少 ($\Delta D_{it} < 0$) が現れるという仮定によって決定されている。また、 ΔD_{it} の値は、単純に与えられたものではなく、 \tilde{D}_{it-1} が与えられたとき、第*i* 地域には、流入による人口密度の増加 (I_{it}) と流出による人口密度の減少 (O_{it}) とが現われ、これらの合計によって、すなわち、

$$\Delta D_{it} = I_{it} - O_{it} \quad (3.4)$$

によって ΔD_{it} が決定されるという前提で与えられたものである。表1の ΔD_{it} を得るために与えられた I_{it} および O_{it} は、表2に示されている³⁾。

表2 ΔD_{it} を得るために仮定した
 I_{it} および O_{it}

\tilde{D}_{it-1}	I_{it}	O_{it}	\tilde{D}_{it-1}	I_{it}	O_{it}
0.0-0.5	0	0	10.5-11.5	0	-5
0.5-1.5	0	0	11.5-12.5	0	-6
1.5-2.5	1	0	12.5-13.5	0	-7
2.5-3.5	1	0	13.5-14.5	0	-8
3.5-4.5	2	0	14.5-15.5	0	-9
4.5-5.5	3	0	15.5-16.5	0	-10
5.5-6.5	4	0	16.5-17.5	0	-11
6.5-7.5	3	-1	17.5-18.5	0	-12
7.5-8.5	2	-2	18.5-19.5	0	-13
8.5-9.5	1	-3	19.5-20.5	0	-14
9.5-10.5	1	-4	20.5	0	-15

なお、 ΔD_{it} 、 I_{it} 、 O_{it} の値の各単位は、互いに共通であるが、ここでは、特に指定しなかった。

式(3.1)から(3.3)に示したような計算過程にしたがって、 $t=6$ まで各地域の人口密度を算出した結果、興味あることには、図2に示さ

3) 日本人口学会：『日本人口学会第59回大会報告要旨集』、昭和52年、14頁。

れるように、都市地域の中央部の人口密度がその周囲の地域の人口密度よりも低くなるという現象が現れた。このような現象は、現実の東京都の区別人口密度においても明確に認められる(図3)。したがって、東京都のそのような現象は、ここに提案した都市内人口分布モデルによって説明される可能性がある。

東京都の区別人口分布が、都市内人口分布モデルで説明され得るかどうかを確認するため、東京都の昭和30年($t=0$)、35年($t=1$)、40年($t=2$)、45年($t=3$)の区別人口密度 D_{it} ($i=1, 2, \dots, 23$; $t=0, 1, 2, 3$) (表3)を用いて⁴⁾、 \tilde{D}_{it-1} と ΔD_{it} の関係を調査してみた。

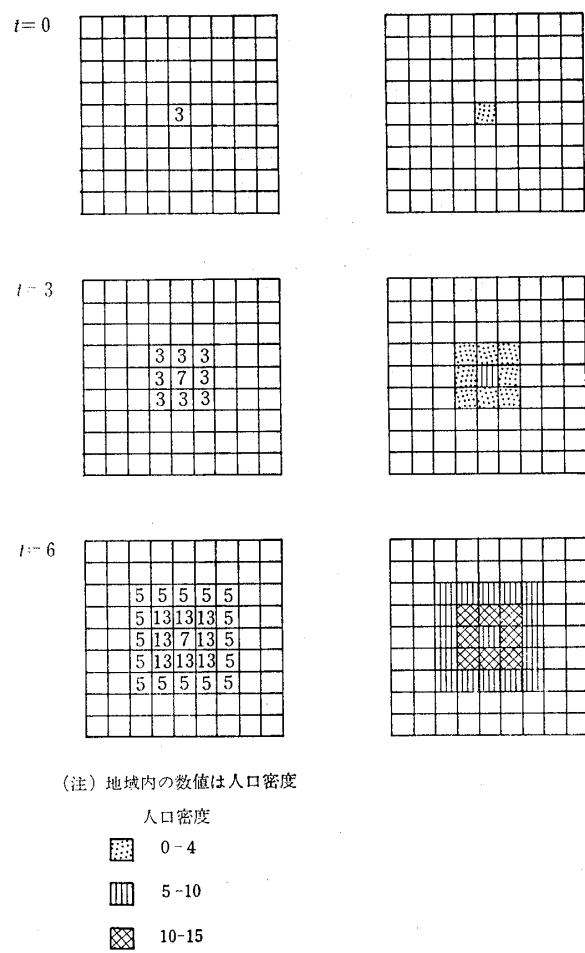


図2 都市内人口分布モデルによる
人口分布の時間的推移

4) 東京都総務局統計部人口統計課編：『東京都の人口統計のあらまし』、東京、東京都広報室普及部都民資料室、昭和50年、64-65頁。



図3 東京都の区別人口密度分布

ただし、 $\tilde{D}_{i(t-1)}$ を得るために用いた各区の周辺地域は、表4に示されている。

表5は、表3および表4によって求めた、東京都の各区の $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ ($t=1, 2, 3$)である。

この表のみでは、 $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係が明確にならないので、これらの関係を図表の形にして眺めてみると、これらの間にきわめて興味ある関係のあることが知られる。すなわち $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係を示す図4によれば、これらの値を示す点は2本の破線でかこまれる帯状の領域に現れることが知られる。このことから、 $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との間には、ここで見られる $\tilde{D}_{i(t-1)}$ の出現範囲においては、

$$\frac{d \Delta D_{i(t)}}{d \tilde{D}_{i(t-1)}} < 0 \quad (3.5)$$

という性質をもつ曲線によって示されるといえよう。

他方、都市内人口分布モデルのシミュレーションにおいて、図2に見られるような、都市中心部に低人口密度が現れる人口分布変動を与える $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係（これは、表1に示されている）を図表に示してみると、図5のようになる。

図5によれば、表1に示されたシミュレーションに用いられた $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係は、 $\tilde{D}_{i(t-1)}$ が6より大きな領域で

表3 東京都の区別人口密度(昭和30~45年)
(千人/km²)

区	昭和30年	35年	40年	45年
区 部	12.2	14.5	15.4	15.3
千代田	10.7	10.2	8.1	6.4
中 央	17.8	16.7	12.7	10.3
港	13.4	14.0	12.4	11.5
新 宿	19.3	22.9	22.9	21.7
文 京	20.7	22.7	22.2	20.5
台 東	31.0	31.9	28.6	24.1
墨 田	22.0	23.9	23.0	20.4
江 東	10.8	13.7	12.5	12.3
品 川	23.6	27.0	26.1	24.5
目 黒	17.6	20.4	20.7	20.5
大 田	13.6	16.9	16.8	16.3
世 田 谷	8.9	11.1	12.6	13.4
渋 谷	16.1	18.7	18.8	18.2
中 野	18.4	22.3	23.9	24.1
杉 並	12.1	14.5	16.0	16.5
豊 島	23.1	27.9	28.7	27.2
北	17.1	20.4	22.0	21.0
荒 川	24.5	27.6	26.9	23.9
板 橋	9.8	12.9	15.0	14.8
練 馬	4.0	6.5	9.2	11.2
足 立	6.2	7.7	9.7	10.7
葛 飾	8.7	11.1	13.2	13.7
江 戸 川	5.6	7.0	9.0	9.9

表4 各区の周辺地域となった区

区	周 边 地 域
千代田	中央, 台東, 文京, 新宿, 港
中 央	江東, 台東, 千代田, 港
港	中央, 千代田, 新宿, 渋谷, 目黒, 品川
新 宿	港, 千代田, 文京, 豊島, 中野, 渋谷
文 京	北, 豊島, 新宿, 千代田, 台東, 荒川
台 東	荒川, 文京, 千代田, 中央, 江東, 墨田
墨 田	葛飾, 江戸川, 江東, 台東, 荒川, 足立
江 東	江戸川, 墨田, 台東, 中央
品 川	港, 目黒, 大田
目 黒	港, 渋谷, 世田谷, 大田, 品川
大 田	品川, 目黒, 世田谷
世 田 谷	杉並, 渋谷, 目黒, 大田
渋 谷	港, 新宿, 中野, 杉並, 世田谷, 目黒
中 野	練馬, 豊島, 新宿, 渋谷, 杉並
杉 並	練馬, 中野, 渋谷, 世田谷
豊 島	北, 文京, 新宿, 中野, 練馬, 板橋
北	板橋, 豊島, 文京, 荒川, 足立
荒 川	足立, 北, 文京, 台東, 墨田
板 橋	北, 豊島, 練馬
練 馬	板橋, 豊島, 中野, 杉並
足 立	葛飾, 墨田, 荒川, 北
葛 飾	足立, 墨田, 江戸川
江 戸 川	葛飾, 墨田, 江東

表5 東京都の各区の $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $AD_{i(t)}$
(千人/km²)

区	$AD_{i(1)}$	\tilde{D}_{i0}	$AD_{i(2)}$	\tilde{D}_{i1}	$AD_{i(3)}$	\tilde{D}_{i2}
千 代 田	-0.5	20.9	-2.1	21.1	-1.7	18.4
中 央	-1.1	20.9	-4.0	21.1	-2.4	18.4
港	0.6	17.2	-1.6	18.6	-0.9	17.1
新 宿	3.6	16.9	0.0	19.1	-1.2	18.4
文 京	2.0	20.9	1.1	21.1	-1.7	18.4
台 東	0.9	20.9	-3.3	21.1	-4.5	18.4
墨 田	1.9	18.3	-0.9	19.5	-2.6	18.8
江 川	2.9	18.3	-1.2	19.5	-0.2	18.8
品 目	3.4	19.5	-0.9	20.5	-1.6	19.3
大 田	2.8	16.3	0.3	19.1	-0.2	19.3
世 田 谷	3.3	16.3	-0.1	19.1	-0.5	19.3
渋 谷	2.2	13.3	1.5	15.8	0.8	16.7
中 杉	2.6	14.1	0.1	17.0	-0.6	18.5
豊 岡	3.9	13.6	1.6	17.2	0.2	19.0
北	2.4	11.2	1.5	14.4	0.5	16.6
荒 川	4.8	13.6	0.8	17.2	-1.5	19.0
板 橋	3.3	15.4	1.6	17.8	-1.0	19.2
練 馬	3.2	18.6	-0.7	19.8	-3.0	19.2
足 立	1.5	13.6	2.1	17.2	-0.2	19.0
葛 飾	1.5	13.6	2.7	17.2	2.0	19.0
江 戸 川	2.4	13.8	2.1	15.5	0.5	16.0

$$\frac{d AD_{i(t)}}{d \tilde{D}_{i(t-1)}} < 0 \quad (3.6)$$

という性質をもった曲線の周囲にある階段状の折れ線で示されている。

図5の $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $AD_{i(t)}$ との関係と図4に示されたそれらの関係とはきわめてよく似ている。しかも、図5で示されると $\tilde{D}_{i(t-1)}$ の $AD_{i(t)}$ の関係を用いた都市内人口分布モデルのシミュレーションにおいても、東京都の区部の人口分布においても、都市地域の中心部に低人口密度の部分が出現する。この事実から、都市地域の人口分布を支配しているメカニズムは、ここで示したシミュレーションのための都市人口分布モデルによって説明されるように思われる。特に、時間の経過するにしたがって都市地域の中心部に低人口密度の地域が現れる現象は、 $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $AD_{i(t)}$ との関係が図5の $\tilde{D}_{i(t-1)}$ が6より大きな領域におけるそれ、あるいは、図4に見られるような関係（これらの関係の特徴は、

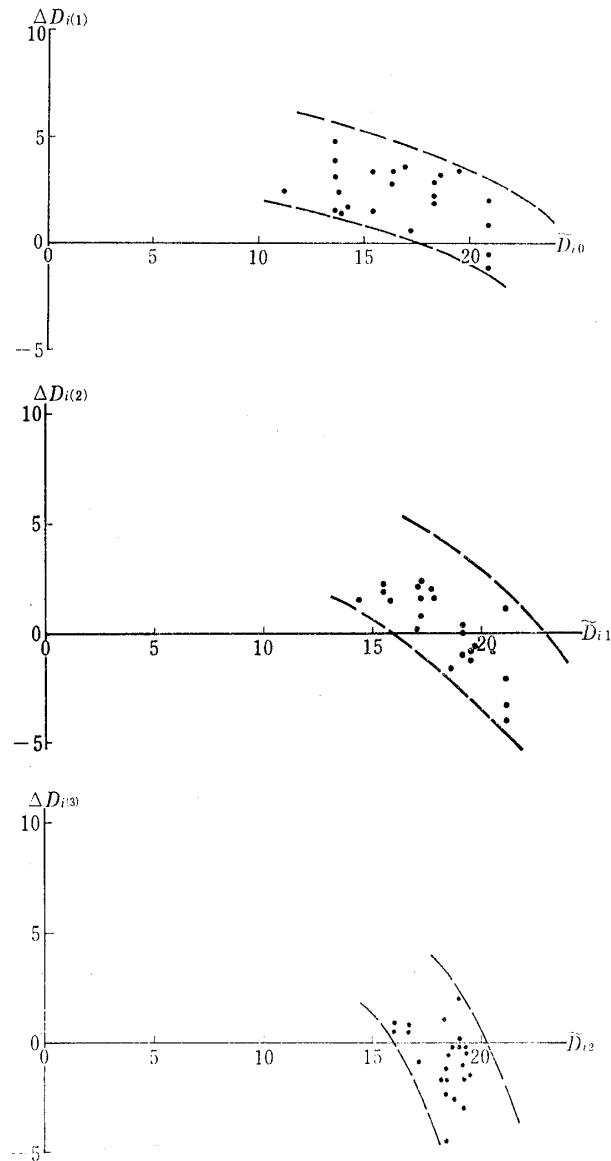


図4 東京都の各区から得られた $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係

式(3.5)あるいは(3.6)によって示される)で示されるとき出現するといえる。

IV 人口吸引力曲線と都市内人口分布モデルの構造との比較

1 人口吸引力曲線

南博士⁵⁾の指摘によれば、1国の人団は、その国がもつ人口を支え養う力、すなわち、人口

5) 南亮三郎：『人口理論』、東京、千倉書房、1964年、106-116頁。

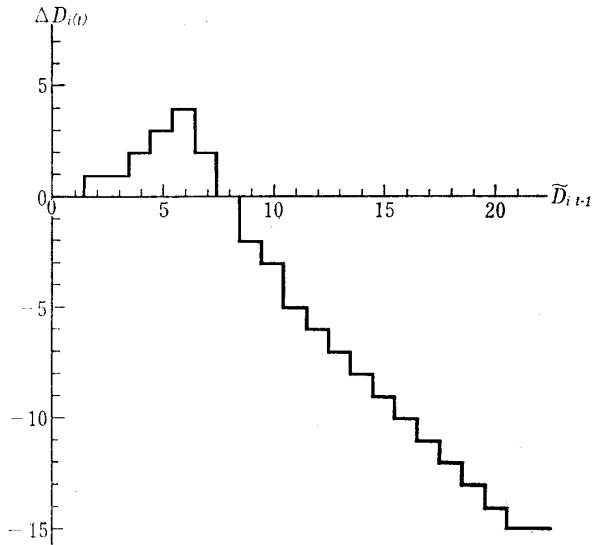


図5 都市内人口分布モデルのシミュレーションに用いられた $\tilde{D}_{i(t-1)}$ と $\Delta D_{i(t)}$ との関係

表6 生産様式と人口密度との関係

生産様式	人口密度(人/km ²)
1 エスキモーに見られる居住地域の縁辺における狩猟、漁撈	0.002-0.005
2 ブッシュマン、パタゴニア人、オーストラリア人に見られるステップにおける狩猟	0.002-0.009
3 インディアンやパプア人に見られるわずかな農耕	0.2-0.7
4 北西アメリカやポリネシアの人々に見られる海岸、河岸の漁撈	1.8
5 遊牧	0.7-1.8
6 内部アフリカやマライ諸島の人々に見られる初期の工業交通をもつ農耕	1.8-5.5
7 農耕をともなう遊牧	3.6-5.5
8 西アジア、スーダンの回教民族の生産様式	3.6-9.1
9 農耕をともなう漁撈	9.1
10 新大陸やヨーロッパの気候不良地域におけるヨーロッパ式農耕	9.1
11 中央ヨーロッパの農耕	36
12 南部ヨーロッパの農耕	73
13 農耕をともなう工業	91-109
14 インドにおける農耕	180
15 ヨーロッパの大工業	270

(注) 国松久弥：「人口と集落」、国松久弥、安藤万寿男、西岡久雄、鈴木啓祐、奥野隆史：『増訂経済地理学』、東京、明玄書房、昭和46年、238-239頁による。

扶養力 (Nahrungsspielraum) によって扶養される。いいかえれば、1国の人団は、その国の食物やその他の生産物の生産を可能にさせる土地、あるいは、経済的生活空間によって支えられる。

ラツツェル (Friedrich Ratzel) は、産業の形態とそれがもつ人口扶養力 (人口支持力) を測定した⁶⁾。表6は、彼の測定結果である⁷⁾。

ラツツェルは、産業の諸形態と人口密度との間には密接な関係があると考えた。彼のこの考えは、

$$\begin{cases} D = N = f(S) \\ S = S_1, S_2, \dots, S_j, \dots \end{cases} \quad (4.1.1)$$

$$S = S_1, S_2, \dots, S_j, \dots \quad (4.1.2)$$

によって示されるであろう。ただし、 D は人口密度、 N は人口密度で示された人口扶養力、 S は産業形態であり、 S_j ($j=1, 2, \dots$) は第 j 産業形態である⁸⁾。

ラツツェルの研究を基礎として、筆者は、人口吸引力曲線

$$p = f(D) \quad (4.2)$$

の存在の可能性を提唱し、この曲線を、実測によって、求めた。ただし、 p は、時点 t から $t-1$ までの地域的人口増加率、 D は時点 t における地域的人口密度である。

一般に、ある地域にある人口密度が存在することは、すでに、そこにそれだけの人口扶養力があることを示し、それだけの人口扶養力のある地域では、そこに生活する人々の経済活動によってその地域の人口扶養力がさらに、他の地域のそれに対して絶対的にも相対的にも変化させられ、その地域の人口を将来、より多く、あるいは、より少なくさせると仮定しよう。そして、さらに、各地域に生活する人々の経済活動

6) 南亮三郎：『人口思想史』、東京、千倉書房、1963年、5-6頁。

国松久弥：「人口と集落」、国松久弥、安藤万寿男、西岡久雄、鈴木啓祐、奥野隆史：『増訂経済地理学』、東京、明玄書房、昭和46年、232-264頁。

7) Ratzel, Friedrich : *Anthropogeographie*, Bd. II, 2ter Teil, Die geographische Verbreitung des Menschen, 2te Auflage, Stuttgart, 1912, S. 891.

国松久弥：前掲書、238-239頁。

8) 鈴木啓祐：「人口吸引力曲線の成立機構」、『医学と生物学』第37巻第1号、1966年、5-9頁。

によって変化させられる絶対的、相対的な人口扶養力の大きさは、それぞれの地域の人口密度によって決定されるものであると仮定しよう。

この仮定にしたがえば、ある地域の時点 t における人口密度 D_t は、時点 $t+1$ に、その地域の人口密度を D_{t+1} ($D_t \neq D_{t+1}$) に変化させるといえよう。したがって、

$$D_{t+1} = g(D_t) \quad (4.3)$$

と書ける。

他方、その地域の時点 t から $t+1$ までの人口増加率 p_t は、

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{D_{t+1} - D_t}{D_t} \\ &= \frac{g(D_t) - D_t}{D_t} \end{aligned} \quad (4.4)$$

であるから、

$$p_t = f(D_t) \quad (4.5)$$

となる。上記の仮定にしたがって、もし、式 (4.3) の関係が1つの曲線で示されるならば、式 (4.5) もまたある曲線によって示されるであろう。

人口密度の変化は、一般に、出生、死亡による自然増加と流入、流出による社会増加によって決定されるが、短期間ににおける人口密度の変化は、主として、後者の社会増加によって現れる。実測によれば、人口密度の比較的高い地域に人口密度の増加が見られ、その現象が、人口が人口密度の高い地域へ吸引されているように見えたため、筆者は、式 (4.5)、あるいは、式 (4.5) の関係を示す曲線に人口吸引力曲線という名称を与えた⁹⁾。

1949年から1954年までのわが国の都道府県別人口密度 D_t と人口増加率 p_t とを用いて、式 (4.5) で示される人口吸引力曲線の具体的な形

9) 鈴木啓祐：「人口集中度と人口吸引力との関係について」、『医学と生物学』第55巻第2号、1960年、65-67頁。

鈴木啓祐：「人口吸引力曲線による人口変動の地域的差異の類型化」、『医学と生物学』第55巻第4号、1960年、123-126頁。

鈴木啓祐：「わが国の人口吸引力曲線の形の決定要因について」、『医学と生物学』第55巻第5号、1960年、172-176頁。

鈴木啓祐：前掲論文（『医学と生物学』第37巻第1号、1966年）。

を測定した。その結果、それは、一般に、

$$p_t = a(\log D_t)^2 + b \log D_t + c \quad (4.6)$$

によって示されることが明らかにされた。

実際、各年の人口吸引力曲線は、つぎのようになつた。

$$\begin{aligned} 1949\text{年} \quad \alpha_t &= 3.2 (\log \gamma_t)^2 \\ &\quad + 0.4 \end{aligned} \quad (4.7.1)$$

$$\begin{aligned} 1950\text{年} \quad \alpha_t &= 2.6 (\log \gamma_t)^2 + 0.8 \log \gamma_t \\ &\quad + 0.3 \end{aligned} \quad (4.7.2)$$

$$\begin{aligned} 1951\text{年} \quad \alpha_t &= 2.9 (\log \gamma_t)^2 \\ &\quad + 0.4 \end{aligned} \quad (4.7.3)$$

$$\begin{aligned} 1952\text{年} \quad \alpha_t &= 2.6 (\log \gamma_t)^2 + 0.3 \log \gamma_t \\ &\quad + 0.4 \end{aligned} \quad (4.7.4)$$

$$\begin{aligned} 1953\text{年} \quad \alpha_t &= 1.2 (\log \gamma_t)^2 + 0.2 \log \gamma_t \\ &\quad + 0.7 \end{aligned} \quad (4.7.5)$$

$$\begin{aligned} 1954\text{年} \quad \alpha_t &= 2.3 (\log \gamma_t)^2 \\ &\quad + 0.5 \end{aligned} \quad (4.7.6)$$

ただし、 α_t および γ_t は、都道府県別の t 年から $t+1$ 年までの 1 年間の人口増加率 p_t および t 年の人口密度 D_t を、それぞれ、同一の期間あるいは時点で得た全国の人口増加率 \bar{p}_t 、および人口密度 \bar{D}_t で除した値、すなわち、

$$\alpha_t = \frac{p_t}{\bar{p}_t} \quad (4.8.1)$$

$$\gamma_t = \frac{D_t}{\bar{D}_t} \quad (4.8.2)$$

である¹⁰⁾。図 6 は、式 (4.7.1) で示されている 1949 年のわが国の人団吸引力曲線である¹¹⁾。この図によれば、 γ と α の値を示す点は、比較的、人口吸引力曲線近くに現れている。したがって、少なくとも、この観察結果において

10) 鈴木啓祐：前掲論文（『医学と生物学』第 55 卷第 2 号、1960 年）。

11) 館博士は、筆者が人口吸引力線を論じたとき、式 (4.7.1) から (4.7.6) や図 6 に示されているように、 p_t および D_t のかわりに、 α_t および γ_t を用い、特に、 α を人口吸引力と定義したため、 $\alpha = f(\gamma)$

が示す曲線を人口吸引力曲線と呼んだ（館稔：「人口都市化に関する人口法則」、南亮三郎、館稔編：『人口都市化の理論と分析』、東京、勁草書房、40-65 頁）。

しかし、筆者は、後に、一般に、上記の式で示される曲線を含めて、 p_t と D_t との関係を示す曲線を人口吸引力曲線と呼ぶことにした（鈴木啓祐：前掲論文（『医学と生物学』第 37 卷第 1 号、1966 年）。

は、人口扶養力の変化（いいかえれば、人口密度の変化、あるいは人口増加率）は、人口密度の関数になっているといえる。

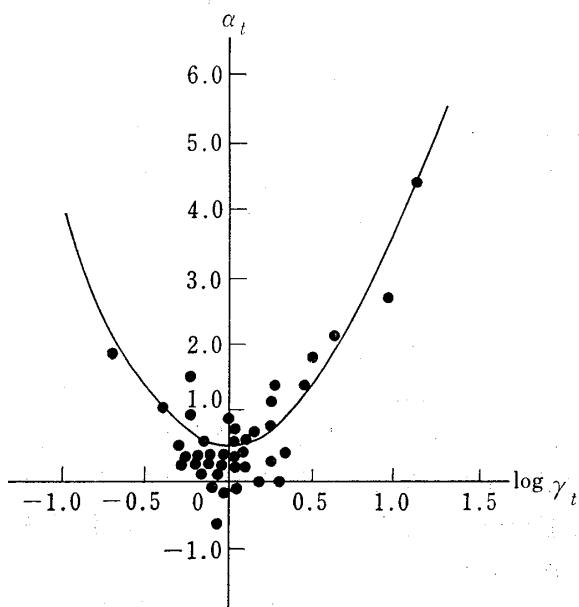


図 6 1949 年の都道府県別資料による
わが国の吸引力曲線

2 人口吸引力曲線と都市内人口分布モデルの特徴

ここに挙げた人口吸引力曲線の式と、都市内人口分布モデルを示す式とは、互いに、かなりよく似ている。実際、式 (4.5) で示される人口吸引力曲線の式の p_t を時点 t から $t+1$ までの都道府県別人口密度増加量 $4D_{(t)}$ を用いて示せば、

$$\frac{4D_{(t)}}{D_t} = f(D_t) \quad (4.9)$$

となり他方、式 (2.7) で示される都市内人口分布モデルの式は、

$$4D_{(t)} = \varphi(\tilde{D}_{(t-1)}) \quad (4.10)$$

である。

しかし、これらの間には、2 つの異なった点が見いだされる。

まず、第 1 の点は、一方は、人口扶養力の存在を前提にして、かなり広い地域の人口密度を問題にしているのに対し、他方は、人口扶養力というよりもむしろ生活環境の質の人口分布への影響の存在を前提にして、都市内部の比較的狭い地域の人口密度を問題にしている点である。

第2の点は、一方で用いられている式(式(4.9))は、非波及モデルに属する形式をもち、他方で用いられている式(式(4.10))は、波及モデルに属する形式をもっている。

特に、第2に挙げた相異点は、これらの式の性質を区別する上で重要である。すなわち、この相異点をもつために、一方の式が、ある地域内の現象がその他の地域内の現象に影響を及ぼさないという性質をもち、他方の式が、そうした性質をもっているのである。

したがって、人口吸引力曲線は、ある地域の人口密度がその地域の人々の変動に対して及ぼす影響を明確に記述することができるが、それは、都市内人口分布モデルによって得られたような、ある地域の人口密度がその他の地域のそれ(人口密度)に影響を与えるような現象を表現し得ない。

VII 都市内人口分布モデルによる都市地域内の人口の変化の解析

都市内人口分布モデルによって都市地域内の人口分布を求めてみると、すでに、IIIにおいて見たように、都市地域内の人口分布が時間的に変動する。この変動の型は、式(2.8)の $\varphi(\tilde{D}_{it-1})$ の形によって決定される。

ここでは、この $\varphi(\tilde{D}_{it-1})$ の形と都市地域内の人口分布の変動の型との関係を明らかにしてみたい。解析の結果ができるだけ明確にするため、都市内のすべての地域が同じ人口密度をもっていると仮定する。このとき、

$$\tilde{D}_{it-1} = D_{it-1} \quad (6.1)$$

となる。したがって $\varphi(\tilde{D}_{it-1})$ 、あるいは式(2.7)は、

$$\Delta D_{it} = \varphi(D_{it-1}) \quad (6.2)$$

となる。このとき、モデルは実質的には、波及モデルであるが、形式的には、非波及モデルとなっている。

そして、いま、

$$\Delta D_{it} = \lambda D_{it-1} + \mu (= \varphi(\tilde{D}_{it-1})) \quad (6.3)$$

と仮定すれば(λおよびμは、パラメーターである)、式(2.8)と式(6.3)とにより、

$$D_{it} = D_{it-1} + \lambda D_{it-1} + \mu \quad (6.4)$$

したがって、

$$D_{it} = (1 + \lambda) D_{it-1} + \mu \quad (6.5)$$

という関係が得られる。この関係は、 D_i に関する線型非同次差分方程式(linear non-homogeneous difference equation)となっている¹²⁾。したがって、tの動きと共に変化する D_{it} の状態を数学的に解明することができる。

すなわち、まず、式(6.5)から、 D_{it} は、

$$D_{it} = (1 + \lambda)^t \left(D_{i0} + \frac{\mu}{\lambda} \right) - \left(\frac{\mu}{\lambda} \right) \quad (6.6)$$

となる。ただし、 D_{i0} は $t=0$ のときの D_{it} の値である。 D_{i0} およびμが適當な大きさであれば、λを任意に決めても、 D_{it} は正の値をとることができるのである。そして、λの値によって D_{it} の時間的変化は、つぎのようになる。

$\lambda < -2$ のとき、增幅振動(explosive oscillation)型

$\lambda = -2$ のとき、単弦(調和)振動(simple harmonic motion)型

$-2 < \lambda < -1$ のとき、減衰振動(damped oscillation)型

$\lambda = -1$ のとき、一定不変(constant)型

$-1 < \lambda < 0$ のとき、収束(convergence)型

$\lambda = 0$ のとき、単調増加(monotonic increase)型

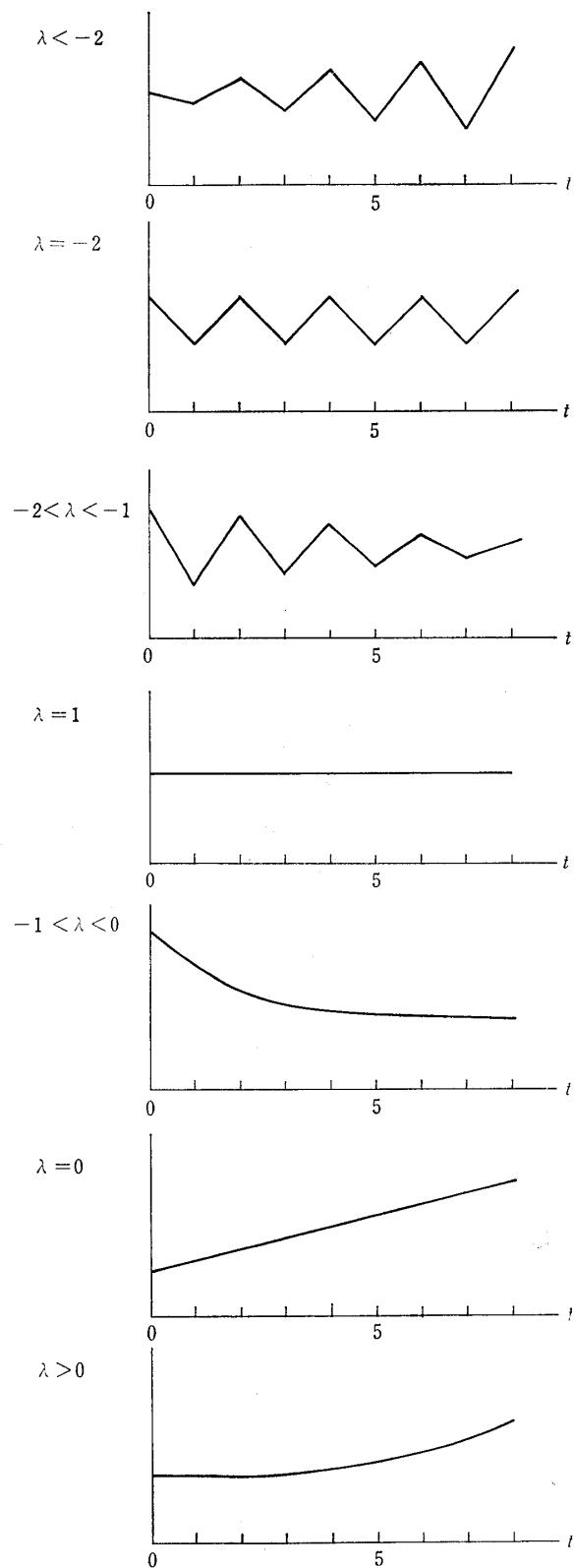
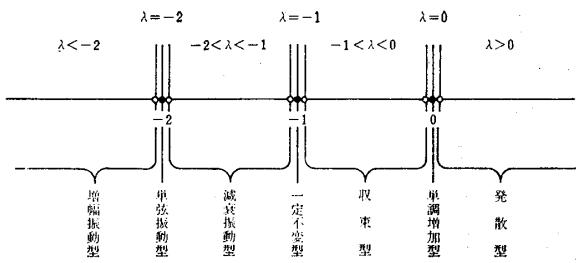
$\lambda > 0$ のとき、発散(divergence)型

なお、振動型の振動は、時点が1だけ変化するごとに、増加あるいは減少を示す。図7は、上記の各種の D_{it} の変動を示した図である。また、図8は、λと各種の変動との関係を示した図である。

IIIのシミュレーションにおいて、都市地域の中心部に低人口密度の部分が現れたが、この理由は、このモデルが $\varphi(\tilde{D}_{it-1})$ の形によって上記のような各種の D_{it} の時間的変化を発生させることにあるといえよう。

12) 日比野勇夫:『経済理論の数学基礎』、東京、同文館、昭和31年(第8版)、280-302頁。

日比野勇夫:『経済動態分析の基礎』、東京、同文館、昭和29年。

図 7 D_{it} の時間的変化図 8 λ の値と C_{it} の時間的変化の型との関係

VII 都市内人口分布モデルによる2種の実験（シミュレーション）

1 厳密モデルと確率モデル

計量経済学の分野においては、モデルにおける被説明変数が確定的に与えられるか、不確定的に与えられるかによって、モデルを2つの種類、すなわち、厳密モデル (exact model) および確率モデル (stochastic model) に分類しているが¹³⁾、都市内人口分布モデルに関しても、厳密モデルの形のものと確率モデルの形のものとを作ることができる。前者は、すでに、IIIで明らかにした式(2.4)と(2.7)からなる都市内人口分布モデル、すなわち、

$$D_{it} = D_{i,t-1} + \Delta D_{i(t)} \quad (7.1.1)$$

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i,t-1}) \quad (7.1.2)$$

あるいは、より厳密に

$$D_{it} = D_{i,t-1} + \Delta D_{i(t)} \quad (7.2.1)$$

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i,t-1}) \quad (7.2.2)$$

$$D_{it} < 0 \text{ のとき, } D_{it} = D^* (\geq 0) \quad (7.2.3)$$

によって示されるモデルである。 $\varphi(\tilde{D}_{i,t-1})$ の形によっては、 t が変化するにつれて D_{it} が負になる場合があるので、都市内人口分布モデルによってシミュレーションをおこなうときには、式(7.2.3)が必要である。

これに対して、後者は、式(7.2)の右辺に確率的（非確定的に）決定される値 e がつけ加えられた式、すなわち、

$$D_{it} = D_{i,t-1} + \Delta D_{i(t)} \quad (7.3.1)$$

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i,t-1}) + e \quad (7.3.2)$$

13) Christ, Carl F.: *Econometric Models and Methods*, New York, John Wiley and Sons, 1966, pp. 15-47, pp. 121-167.

柴山幸治：『計量経済学』、京都、ミネルヴァ書房、昭和38年、14頁。

$D_{it} < 0$ のとき, $D_{it} = D^* (\geq 0)$ (7.3.3)
によって示される。

実際に、この式によって、 $\Delta D_{i(t)}$ を決定する場合には、まず、 e のとり得る値 $e_s (s=1, 2, \dots)$ 、および、その出現する確率 $p_s (s=1, 2, \dots)$ を決め、ついで、その確率にしたがって無作為に e の値を決定するのである。このとき、 $\Delta D_{i(t)}$ は、無作為に決定された e の値と $\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)})$ との和によって決定される。

2 厳密モデルによるシミュレーション

厳密モデルによる実験（シミュレーション）をおこなうために、筆者は、まず正方形の都市地域を想定し、これを21行21列をもつ441個の正方形の小地域 (R) に分割した。そして、その小地域の番号を i のかわりにその地域のもつ行の順位 i と列の順位 j とで示した。すなわち、第 i 行第 j 列の小地域を R_{ij} により、またその小地域の人口密度を D_{ij} によって示した(図9)。

したがって、式(7.1.1)および(7.1.2)は、この実験では、

$$D_{ijt} = D_{ij(t-1)} + \Delta D_{ij(t)} \quad (7.4)$$

$$\Delta D_{ij(t)} = \varphi(\tilde{D}_{ij(t-1)}) \quad (7.5)$$

で示されることになる。ここで、式(7.1.2)の形を決定しなければならないが、まず、 $\tilde{D}_{ij(t-1)}$

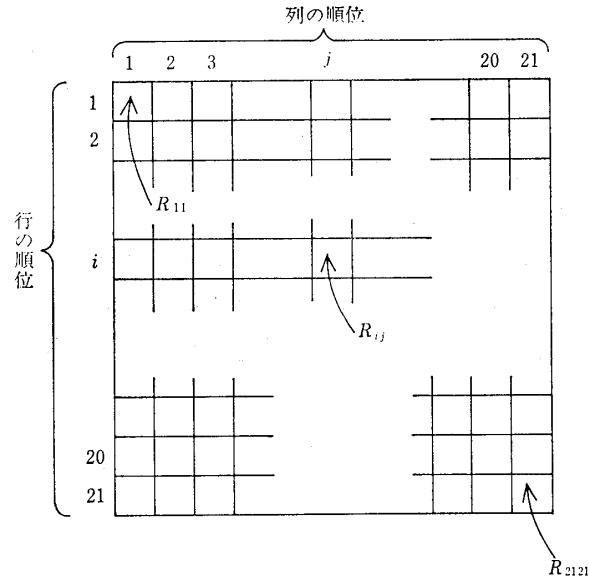


図9 シミュレーションのための都市地域内の小地域

は、式(2.6)と同様に定義した。具体的には、下記のように定義した。

$$\text{i) } R_{11}, R_{121}, R_{211}, R_{2121} \text{ の } \tilde{D}_{ij(t-1)} \\ (= \tilde{D}_{ij*})$$

$$\tilde{D}_{11*} = 0.5 \{ \max(D_{11*}, D_{12*}, D_{21*}, D_{22*}) + \min(D_{11*}, D_{12*}, D_{21*}, D_{22*}) \} \quad (7.6)$$

$$\tilde{D}_{121*} = 0.5 \{ \max(D_{120*}, D_{121*}, D_{220*}, D_{221*}) + \min(D_{120*}, D_{121*}, D_{220*}, D_{221*}) \} \quad (7.7)$$

$$\tilde{D}_{211*} = 0.5 \{ \max(D_{201*}, D_{202*}, D_{211*}, D_{222*}) + \min(D_{201*}, D_{202*}, D_{211*}, D_{222*}) \} \quad (7.8)$$

$$\tilde{D}_{2121*} = 0.5 \{ \max(D_{2020*}, D_{2021*}, D_{2120*}, D_{2121*}) + \min(D_{2020*}, D_{2021*}, D_{2120*}, D_{2121*}) \} \quad (7.9)$$

$$\text{ii) } R_{1j}, R_{21j} (j=2, \dots, 20) \text{ の } \tilde{D}_{ij(t-1)} \\ \tilde{D}_{1j*} = 0.5 \{ \max(D_{1j-1*}, D_{1j*}, D_{1j+1*}, D_{2j-1*}, D_{2j*}, D_{2j+1*}) + \min(D_{1j-1*}, D_{1j*}, D_{1j+1*}, D_{2j-1*}, D_{2j*}, D_{2j+1*}) \} \quad (7.10)$$

$$\tilde{D}_{21j*} = 0.5 \{ \max(D_{20j-1*}, D_{20j*}, D_{21j-1*}, D_{21j*}, D_{21j+1*}) + \min(D_{20j-1*}, D_{20j*}, D_{21j-1*}, D_{21j*}, D_{21j+1*}) \} \quad (7.11)$$

$$\text{iii) } R_{i1}, R_{i21} (i=2, \dots, 20) \text{ の } \tilde{D}_{ij(t-1)} \\ \tilde{D}_{i1*} = 0.5 \{ \max(D_{i-11*}, D_{i-12*}, D_{i1*}, D_{i2*}, D_{i1+1*}, D_{i2+1*}) + \min(D_{i-11*}, D_{i-12*}, D_{i1*}, D_{i2*}, D_{i1+1*}, D_{i2+1*}) \} \quad (7.12)$$

$$\tilde{D}_{i21*} = 0.5 \{ \max(D_{i-120*}, D_{i-121*}, D_{i20*}, D_{i21*}, D_{i1+120*}, D_{i1+121*}) + \min(D_{i-120*}, D_{i-121*}, D_{i20*}, D_{i21*}, D_{i1+120*}, D_{i1+121*}) \} \quad (7.13)$$

$$\text{iv) } R_{ij} (i=2, \dots, 20, j=2, \dots, 20) \text{ の } \tilde{D}_{ij(t-1)} \\ \tilde{D}_{ij*} = 0.5 \{ \max(D_{i-1j-1*}, D_{i-1j*}, D_{ij*}, D_{ij+1*}, D_{i+1j-1*}, D_{i+1j*}, D_{i+1j+1*}) + \min(D_{i-1j-1*}, D_{i-1j*}, D_{ij*}, D_{ij+1*}, D_{i+1j-1*}, D_{i+1j*}, D_{i+1j+1*}) \} \quad (7.14)$$

ただし、一般に添字の * は $t-1$ を示し、したがって \tilde{D}_{ij*} は $\tilde{D}_{ij(t-1)}$ を示している。

ついで、 $\tilde{D}_{ij(t-1)}$ と $\Delta D_{ij(t)}$ との関係 $\varphi(\tilde{D}_{ij(t-1)})$ は、表 1 と同じものとした。すなわち、表 1 の $\tilde{D}_{ij(t-1)}$ を $\tilde{D}_{ij(t)}$ 、 $\Delta D_{ij(t)}$ を $\Delta D_{ij(t)}$ とした表をこれらの関係とした。

最後に、式(7.2.3)で示される条件としては、 $D^*=0$ とし、

$$D_{ijt} < 0 \text{ のとき, } D_{ijt} = 0 \quad (7.15)$$

とした。

ところで、この諸条件では、 D_{ijt} が 0.0 から 1.5 までの値をとる場合には、地域的人口密度の変動は起らないから、特に、 $t=0$ における初期条件として、

$$D_{11110} = 3 \quad D_{ij0} = 0 \quad (i \neq 11, j \neq 1) \quad (7.16)$$

とした。

これらの条件を用いておこなった実験の結果は、図 10 に示されている。ただし、この図では、行および列の順位数および小地域間の境界線は省略してある。したがって、この図中の各数字の位置が各小地域のそれを示し、その数字が各小地域の人口密度を示している。また、実験において観察の対象とした時点 t は 0 から 50 までとした。図 10 において ITERATION n ($n=0, 1, \dots, 50$) とあるのは $t=n$ におけるシミュレーションの結果であることを示している。

この結果から、ここで用いた諸条件の下では、小地域内の人団密度に明瞭な振動現象が生じていることが読みとれる。

なお、参考のため、式(7.2.3)の条件を与えた場合のシミュレーションをおこなってみた。しかし、ここでの厳密モデルでは、式(7.2.3)の条件を与えない場合でも負の人口密度は現れなかった ($\varphi(\tilde{D}_{ij(t-1)})$ の形によっては、式(7.2.3)の条件がないと負の人口密度が現れるであろう)。

3 確率モデルによるシミュレーション

確率モデルによる実験をおこなう場合にも、都市地域内の中地域の構造、小地域の番号、

表 7 シミュレーションのための e_s および p_s ($s=1, 2, 3$)

e_s	0	1	2	合計
p_s	0.95	0.03	0.02	1.00

$\tilde{D}_{ij(t-1)}$ の定義、および $\tilde{D}_{ij(t-1)}$ と $\Delta D_{ij(t)}$ との関係は、厳密モデルとまったく同じものとした。

そして、確率モデル特有の e_s およびそれの出現する確率 p_s を表 7 のように決めた。すなわち、 e は、 e_1, e_2, e_3 の 3 種とし、これらの出現確率は、それぞれ $p_1=0.95, p_2=0.03, p_3=0.02$ とした。いうまでもなく、式(7.3.3)の条件を与えなければならないが、ここでも、 $D^*=0$ とし、

$$D_{it} < 0 \text{ のとき, } D_{it} = 0 \quad (7.17)$$

とした。

参考のために、式(7.3.3)の条件を省略した実験（すなわち、 D_{it} の値に何の条件も与えないと実験）とこれを与えた実験とをおこなって見た。

その結果、式(7.3.3)の条件を与えないときには、負の D_{ijt} が発生した（前述のように、厳密モデルの場合には、この条件を特に与えなくとも負の値は発生しなかった）。なお、ここでも、観察の対象とした時点 t は 0 から 50 (ITERATION n ($n=0, 1, \dots, 50$)) とした。

実験の結果は図 11 および図 12 に示されている。図 11 は、式(7.3.3)の条件を与えた場合のものであり、図 12 は、この条件を与えた場合のものである。後者の場合には、 $t=20$ において負の人口密度が発生している。

また、この実験において、 e_s が存在するためには、 D_{ijt} が 0.0 から 1.5 までの低い値をとっても地域的人口密度の変動が起り得るので、特に、 $t=0$ における初期条件として、

$$D_{ij0} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, 21; j=1, 2, \dots, 21) \quad (7.18)$$

とした。

図 11 に示された実験の結果によれば、 $t=10$ において、一時的に都市地域の左上方、ならびに中央部から右側の部分に人口密度の高い地域

図10 厳密モデルによる都市地域人口分布の変化のシミュレーション

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 10

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 20

図10 (つづき)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 30

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 49

図10 (つづき)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 45

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 50

図10 (つづき)

図11 確率モデルによる都市地域人口分布の変化のシミュレーション
(式 (7.3.3) の条件を与えた場合のもの)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 10

0	0	1	1	2	2	0	0	0	2	1	2	0	0	2	1	3	1	1	0	0
5	5	4	5	5	1	1	2	1	3	0	0	1	0	0	0	0	2	0	1	6
11	10	10	10	6	2	0	1	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	9	9	11	6	1	1	3	1	1	2	2	1	1	2	2	2	0	0	0	0
5	7	7	11	6	1	0	1	5	5	5	3	1	5	5	7	2	1	1	3	3
12	11	9	12	6	1	0	1	5	12	6	2	1	5	12	6	3	3	4	3	7
4	9	12	13	5	1	0	2	5	5	8	2	2	5	7	8	7	5	3	3	5
10	10	7	5	4	1	0	2	1	2	3	4	9	9	10	3	4	5	7	8	10
4	5	3	1	0	0	0	0	1	0	2	3	9	10	9	2	2	2	6	12	11
4	7	4	1	0	1	0	0	1	0	0	3	9	9	9	5	1	1	8	11	7
3	3	4	3	2	0	0	0	2	0	0	2	2	4	11	5	5	1	7	13	10
1	3	2	1	0	1	2	1	0	1	1	1	0	4	9	11	5	1	8	8	8
0	1	0	1	1	1	4	1	0	1	4	3	2	3	9	6	6	1	3	1	1
2	1	1	0	0	3	1	1	0	2	1	3	6	5	5	3	1	0	1	5	
0	0	0	0	2	0	0	0	1	2	2	2	5	10	5	1	2	2	0	1	1
0	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3	5	5	5	2	0	0	2	2	6
0	0	1	2	2	0	0	0	0	1	2	1	3	1	2	1	2	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	2	1	1	0	2	0	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2	0	1	0	2
0	0	1	0	2	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	2	0	0	2	1	0
1	0	2	0	0	2	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	2

***** URBAN POPULATION VARIATION *****

ITERATION = 20

2	2	3	5	4	10	12	4	10	5	11	5	11	5	10	6	10	7	7	9	4
15	15	13	14	11	5	13	10	13	3	6	4	6	9	9	7	11	10	5	12	5
1	4	1	5	11	5	10	4	12	12	8	13	11	10	11	4	7	4	5	11	11
15	15	11	13	15	5	8	7	1	8	3	9	2	4	13	12	11	6	13	8	8
6	1	0	1	0	9	12	14	10	13	9	14	5	14	4	4	14	2	4	6	4
14	14	2	16	12	13	0	12	7	2	12	12	3	15	8	10	7	6	14	9	14
0	9	0	4	1	16	0	14	6	8	12	4	7	12	2	8	14	1	6	1	14
13	13	12	15	7	14	2	14	1	1	10	4	13	11	13	5	13	8	16	6	10
2	1	9	6	1	9	1	10	2	6	9	3	8	2	12	0	15	1	1	1	14
13	10	13	8	14	9	14	12	3	5	12	10	15	15	15	9	10	9	15	11	8
1	1	8	1	8	0	5	6	5	5	3	10	1	5	1	12	11	10	13	12	13
2	12	13	11	13	7	11	11	3	10	3	14	5	16	6	15	12	2	8	3	7
3	5	4	1	7	4	3	12	4	12	7	6	1	7	2	5	12	10	13	3	8
12	11	13	5	6	9	5	11	8	9	4	5	14	10	13	6	3	3	9	5	12
8	4	9	6	12	7	6	5	10	11	12	1	10	2	7	4	14	12	7	11	9
9	10	13	4	6	10	4	11	11	8	2	11	10	13	8	9	4	3	6	10	4
5	9	10	11	6	5	3	5	8	13	4	14	2	2	3	12	9	14	9	11	10
6	10	8	7	3	11	5	7	10	8	1	12	11	11	13	11	8	10	4	5	6
11	9	12	8	3	5	2	7	10	10	11	9	9	4	11	5	9	10	11	10	12
7	6	9	9	10	9	10	7	10	5	4	6	5	5	6	8	8	4	9	5	3
4	5	10	8	5	8	8	7	6	6	9	6	10	8	10	7	9	4	7	6	11

図11 (つづき)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****																									
ITERATION = 30																									
0	0	1	1	0	3	8	1	18	7	16	5	15	0	14	0	0	9	0	7	0					
15	16	13	16	16	5	15	7	11	0	8	0	2	0	5	7	11	16	3	15	5					
0	2	0	4	7	0	10	7	16	16	10	17	10	16	2	2	7	0	0	2	0					
16	15	11	13	15	7	2	5	0	10	0	7	0	10	11	9	13	8	15	5	15					
0	2	0	1	0	9	12	15	8	16	8	15	2	14	0	0	16	0	3	1	0					
16	16	3	16	8	11	0	11	0	0	7	6	0	15	8	16	9	7	16	13	16					
0	9	0	0	0	15	0	15	2	15	14	3	7	12	6	10	16	0	2	0	16					
15	15	9	16	0	11	0	14	0	7	11	1	15	12	15	5	13	5	16	2	11					
0	1	0	2	0	7	1	8	0	15	11	0	6	0	12	0	16	0	0	0	15					
15	11	16	6	16	11	16	12	16	15	15	8	15	13	15	12	10	10	15	9	8					
4	0	10	0	8	0	7	0	9	12	0	8	0	1	0	12	2	0	7	3	15					
16	11	16	13	17	11	15	11	3	14	0	16	5	18	4	16	2	1	6	1	9					
0	0	0	5	0	2	7	0	16	6	6	0	7	0	6	6	14	15	1	11						
15	7	16	3	11	11	13	15	0	1	5	7	16	13	15	8	5	0	12	6	14					
3	0	7	0	16	0	9	4	5	15	14	0	10	0	5	0	16	8	15	4	15					
15	12	16	0	6	4	11	15	0	2	0	13	13	15	9	11	6	0	2	1	2					
0	2	4	9	14	10	0	11	0	15	3	16	0	2	0	16	5	16	9	16	10					
16	16	0	5	0	16	3	15	0	10	0	12	9	13	15	15	0	10	0	7	2					
0	2	4	16	4	8	0	11	7	16	13	16	5	0	9	1	11	16	13	15	15					
11	6	3	1	6	15	16	15	0	5	0	3	3	13	16	7	13	0	6	0	5					
12	12	12	4	3	1	0	8	12	14	16	12	14	0	6	0	15	6	16	4	15					
***** URBAN POPULATION VARIATION *****																									
ITERATION = 40																									
0	0	1	0	2	0	4	0	15	0	15	0	15	0	16	2	0	7	0	7	0					
15	16	13	14	16	1	15	0	7	0	2	0	0	0	3	9	9	15	1	15	5					
0	3	0	2	5	0	8	5	16	16	8	15	6	15	2	0	5	0	2	2	0					
16	12	11	13	15	7	2	6	0	8	0	4	0	9	10	10	15	6	16	3	15					
0	4	0	1	6	9	12	15	7	15	5	15	0	16	1	0	16	0	0	0	0					
16	16	3	16	8	11	0	13	0	1	3	4	0	15	6	15	8	9	15	11	14					
0	7	0	0	1	15	1	16	2	15	15	5	7	13	0	9	14	0	1	0	15					
14	15	7	16	2	11	0	14	0	8	12	3	15	12	16	5	11	3	17	0	7					
1	0	0	2	0	5	1	6	0	15	11	0	4	0	13	0	16	0	0	0	15					
15	12	16	6	16	11	15	10	16	17	16	6	16	12	16	10	11	16	16	7	6					
2	0	10	0	6	0	6	0	9	13	0	4	0	1	0	12	2	0	7	0	15					
16	11	16	12	16	9	15	13	3	14	0	15	1	16	4	16	2	5	8	1	11					
0	0	1	3	0	4	7	0	15	4	6	0	7	0	6	4	15	15	3	14						
16	10	16	1	11	11	15	15	2	1	7	7	16	13	16	7	4	0	11	6	15					
4	0	6	0	16	0	5	5	3	15	14	0	8	0	3	0	16	7	15	5	15					
16	10	15	0	5	2	9	15	0	3	0	11	10	15	5	5	3	0	5	0	1					
0	0	1	5	11	10	0	9	0	15	1	16	0	1	0	15	1	16	9	16	8					
15	15	0	2	0	16	1	16	1	9	0	10	7	16	14	11	0	14	0	7	0					
0	3	4	16	4	6	0	8	3	16	11	16	5	0	7	0	13	16	14	15	15					
15	10	0	6	2	13	16	14	6	3	1	0	2	9	16	5	13	6	6	0	5					
1	0	15	8	13	0	0	6	15	14	18	9	15	0	5	0	15	6	16	4	15					

図11(つづき)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****																							
ITERATION = 45																							
0	0	2	0	2	0	4	0	15	0	15	0	16	1	16	2	1	7	1	7	0			
15	16	13	15	16	1	15	0	7	0	2	0	0	0	3	9	9	15	1	15	5			
0	3	0	4	5	0	8	5	16	16	8	16	6	15	2	2	5	6	2	2	0			
16	15	11	13	15	7	2	7	1	6	0	4	0	8	12	8	13	4	16	3	16			
0	4	0	1	0	9	12	15	5	15	3	16	0	17	1	0	16	0	0	0	0			
16	16	3	16	9	11	1	12	0	0	1	5	0	15	6	13	6	6	15	11	14			
0	7	0	1	0	15	0	15	0	15	15	5	7	13	0	8	16	0	0	0	0	15		
14	16	7	16	3	11	0	12	0	9	12	3	15	13	16	5	14	2	16	0	7			
1	0	0	2	0	5	2	6	0	13	11	0	5	1	13	0	16	0	0	0	0	15		
15	10	16	4	16	11	15	12	16	15	16	6	17	12	16	10	13	11	16	7	6			
2	0	8	0	6	0	6	0	9	13	1	4	0	1	0	12	2	0	7	0	0	15		
16	11	16	12	16	9	15	13	3	12	0	15	1	16	4	16	0	3	7	1	11			
0	1	0	1	4	1	2	6	0	16	2	6	0	7	2	7	2	16	13	4	16			
16	10	16	0	9	7	15	13	0	0	5	8	16	15	16	8	3	0	9	0	9			
4	0	6	0	15	0	3	3	5	15	14	0	8	0	3	0	16	7	15	5	15			
16	10	15	0	3	0	9	15	0	3	0	9	8	15	7	5	5	0	5	0	1			
0	0	0	5	11	11	0	10	0	15	0	15	0	1	0	16	1	16	9	16	8			
14	15	0	3	0	16	1	16	2	9	0	9	5	16	14	11	1	15	0	6	0			
0	1	2	16	4	7	0	8	3	16	11	16	5	0	7	0	13	16	16	13	15			
16	12	0	0	2	13	16	12	0	0	0	0	2	9	16	5	15	0	6	0	3			
1	0	16	8	15	0	0	4	15	10	16	7	15	0	5	0	15	6	16	4	16			
***** URBAN POPULATION VARIATION *****																							
ITERATION = 50																							
0	0	2	0	2	0	4	0	15	3	15	0	16	1	16	0	1	7	0	5	0			
15	16	13	15	16	1	15	0	7	0	2	2	0	0	3	7	9	15	0	15	3			
0	3	0	4	5	0	10	5	16	16	10	16	6	15	2	5	5	0	0	0	0			
16	15	12	13	15	8	2	5	0	6	0	4	0	6	10	10	13	5	16	1	15			
0	4	0	1	0	9	12	17	6	15	3	16	0	15	2	0	16	0	0	0	0			
16	18	3	16	10	11	0	10	0	0	0	6	0	13	4	14	6	6	15	11	14			
0	7	0	1	0	15	0	15	0	16	13	7	9	13	0	8	16	0	0	0	16			
14	17	7	16	5	11	0	10	0	7	10	3	15	13	16	4	12	0	16	0	7			
0	0	0	3	0	5	2	8	6	13	9	0	4	0	13	0	16	2	0	6	15			
15	8	16	5	16	11	15	12	16	13	15	2	15	10	16	8	11	9	16	7	6			
0	0	3	0	6	0	6	0	9	11	0	0	0	1	10	0	0	7	0	15				
16	11	16	13	16	9	15	13	5	12	0	15	4	16	4	15	1	5	8	1	11			
0	3	0	1	4	0	3	6	1	16	2	6	0	9	0	5	0	16	13	5	16			
16	11	16	0	9	7	15	13	0	3	5	8	16	15	16	8	3	0	9	0	10			
4	0	4	0	15	0	1	1	3	15	14	0	10	0	3	0	16	7	15	5	15			
16	8	15	0	4	0	7	16	0	3	0	10	8	15	5	3	3	2	5	0	2			
0	0	0	3	11	11	0	6	0	15	1	15	0	1	0	15	0	16	9	16	8			
15	15	0	3	0	16	0	15	1	9	0	12	5	16	12	10	0	16	0	6	0			
0	1	3	16	4	7	0	5	3	16	11	16	5	0	7	0	13	15	16	13	15			
16	12	0	0	2	13	16	12	2	0	0	0	2	9	16	5	15	0	6	0	5			
1	0	16	8	16	0	0	4	15	10	16	7	15	0	5	0	15	6	16	4	17			

図11 (つづき)

***** URBAN POPULATION VARIATION *****																								
ITERATION = 20																								
2	2	3	5	4	10	12	4	10	5	11	5	11	5	10	6	10	7	7	9	4	12	5		
15	15	13	14	11	5	13	10	13	3	6	4	6	9	9	7	11	10	5	12	5				
1	4	1	5	11	5	10	4	12	12	8	13	11	10	11	4	7	4	5	11	11				
15	15	11	13	15	5	8	7	1	8	3	9	2	4	13	12	11	6	13	8	8				
-1	1	-1	1	-1	9	12	14	10	13	9	14	5	14	4	4	14	2	4	6	4				
14	14	2	16	12	13	0	12	7	2	12	12	3	15	8	10	7	5	14	9	14				
0	9	0	4	1	16	0	14	6	8	12	4	7	12	2	8	14	1	6	1	14				
13	13	12	15	7	14	2	14	1	1	10	4	13	11	13	5	13	8	16	6	10				
2	1	9	6	1	9	1	10	2	6	9	3	8	2	12	0	15	1	1	1	1	14			
13	10	13	8	14	9	14	12	3	5	12	10	15	15	15	9	10	8	15	11	8				
1	1	8	1	8	0	5	6	5	5	3	10	1	5	1	12	11	10	13	12	13				
8	12	13	11	13	7	11	11	3	10	3	14	5	15	6	15	12	2	8	3	7				
3	5	4	1	7	4	3	12	4	12	7	6	1	7	2	5	12	10	13	3	8				
12	11	13	5	6	9	5	11	8	9	4	5	14	10	13	5	3	3	9	6	12				
8	4	9	6	12	7	6	5	10	11	12	1	10	2	7	4	14	12	7	11	9				
9	10	13	4	6	10	4	11	11	8	2	11	10	13	8	9	4	3	6	10	4				
5	9	10	11	5	5	3	5	8	13	4	14	2	2	3	12	9	14	9	11	10				
6	10	8	7	3	11	5	7	10	8	1	12	11	11	13	11	8	10	4	5	6				
11	9	12	8	3	5	2	7	10	10	11	9	9	4	11	5	9	10	11	10	12				
7	6	9	9	10	9	10	7	10	5	4	6	5	5	6	8	8	4	9	5	3				
4	5	10	8	5	8	8	7	6	6	9	6	10	8	10	7	9	4	7	6	11				
***** URBAN POPULATION VARIATION *****																								
ITERATION = 50																								
-14	-14	-15	-13	-15	-12	-9	-6	31	6	31	2	28	-12	9	0	-13	-5	-14	17	-12				
29	30	27	31	22	31	-1	-16	7	-15	2	-14	-12	-5	18	29	17	29	-1	30	-2				
-17	-13	-17	-10	-17	15	22	31	16	30	20	30	10	29	-13	-3	-14	5	-13	3	-13				
18	31	28	31	22	30	-18	21	-16	10	-15	14	-14	24	13	29	11	29	26	13	29				
-17	2	-17	-3	-17	31	-6	29	-1	31	7	30	3	29	-13	-4	-12	-13	-4	-13	2				
18	32	-7	32	8	27	-9	31	-16	-7	-17	10	-12	25	8	30	4	22	29	17	28				
-16	11	-17	15	-18	15	-17	23	-17	30	8	16	-11	0	-14	4	1	-13	-7	-14	29				
4	31	7	32	4	31	-2	30	-11	27	26	15	31	15	30	12	26	-2	30	1	24				
-17	-9	-17	-8	-16	-3	-17	-2	-15	0	19	-15	6	-16	9	-14	30	-10	8	-11	29				
31	19	31	16	32	27	31	12	30	4	31	7	30	22	30	10	25	6	30	7	20				
6	-17	15	-16	8	-16	4	-17	11	-16	-8	-4	-15	-6	-13	7	-12	-4	-5	-10	27				
30	9	32	11	32	3	31	19	31	1	10	31	10	30	0	29	-7	25	14	-3	11				
-3	-15	6	-16	12	-17	7	-18	13	2	14	-5	-15	2	-14	7	-11	26	19	13	26				
30	-1	32	-1	31	21	31	1	26	-17	27	-4	30	20	28	20	19	-2	5	-10	18				
16	-17	6	-18	16	-17	7	-18	31	-9	32	-17	18	-16	3	-12	28	-2	27	-2	27				
30	7	31	8	32	13	31	13	16	-17	12	12	30	13	29	9	7	-12	3	-12	6				
-14	-17	-14	-17	-9	-6	-15	1	6	31	14	21	-16	-7	-14	21	-1	28	11	28	22				
23	31	-2	29	-1	30	5	31	-18	1	-18	32	5	30	9	26	-13	22	-13	6	-12				
-15	-6	-14	26	-14	11	-16	8	-5	32	11	18	-16	-8	-8	5	21	28	24	29	11				
20	30	14	23	-4	29	22	30	-16	-10	-16	3	29	25	26	-6	17	-12	2	-12	-3				
-15	-9	-14	30	-14	-3	-15	6	13	30	30	13	21	-12	0	-12	27	-4	28	2	29				

図12 確率モデルによる都市人口分布の変化のシミュレーション
(式(7.3.3)の条件を与えない場合のもの)

が現れている。そして $t=20$ 以後においては、時間的に比較的安定的な人口密度分布が出現している。また、その人口密度分布は、図10に見られるような同心円的構造（高人口密度の小地域が同心円的に分布している）とは異なった、むしろ無規則的構造を示している。

VII 結 語

ここでは、ある地域における現象の状態が他の地域のそれに影響を及ぼすように作られたモデル、すなわち、ここでいう波及モデルを作成して、都市地域内の人口分布の時間的変化のメカニズムを考察した。このモデル（特に、厳密モデル）によって特に明らかにされた点は、都市が拡充されるにつれて、都市中心部に低人口密度の地域が出現するメカニズムがどのようなものであるかということである。いうまでもなく、このメカニズムが、このモデル、すなわち、都市内人口分布モデルによってのみ説明されるとは思えない。いいかえれば、このメカニズムは、これ以外のモデルによっても、説明されるかも知れない。しかしながら、IIIで示したようにモデルで用いている人口分布変動の構造と実測されたそれとが互いにきわめてよく類似している点から、少なくとも、このモデルは、都市内の人団分布の変動メカニズムを説明し得るモデルの1つであると思われる。

ここで、特に強調しておきたいことは、都市内の人団分布の変動メカニズムを説明するためには用いられたこの都市内人口分布モデルが、波及モデルの形をもっているということである。このモデルが1都市内人口の分布状態をよく説明し得た理由は、この種のモデルが1地域の状態の影響の他の地域への波及現象を表現し得た点であると思われる。

波及モデルとよく類似した性質をもつモデルとして、地域的情報拡散のモデルとしてのヘーゲルストランドのモデル¹⁴⁾がある。

14) Hägerstrand, Torsten : "A Monte Carlo Approach to Diffusion," Berry, Brian T. L. and Marble, Duane F. (ed.) *Spatial Analysis*, Engle-

ヘーゲルストランド・モデルは、現実の現象をうまく説明することができたが、ここでも、異なる地域の現象間の関係を表示した波及モデルが、現実の地域的に現れる現象をよく説明し得た。このように波及モデルの型に属するモデルが現実の地域的に現れる現象を説明し得たことは、興味あることといえよう¹⁵⁾。

なお、ここでは、議論の内容をできるかぎり明確にするために、厳密モデルと確率モデルの形をもった都市内人口分布モデルを、それぞれ、独立に用い、しかも、異なる初期条件によってシミュレーションをおこなったが、これらを時間的、場所的に混合させたり、初期条件を種々に変えて実験をおこなうならば、さらに、より興味ある結果を得ることができるであろう。そして、こうした実験のあるものがある特定の現実の現象をよりよく説明するかもしれないのである。

付 錄

VIIにおいておこなったシミュレーションはコンピューターでおこなわれたが、そのプログラムは下記

wood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1968, pp. 368-384.

石水照雄：「変革の拡散過程」、石水照雄、奥野隆史編：『計量地理学』、東京、共立出版、222-245頁。

鈴木啓祐：「増殖過程の微視的構造から得られた波動的成長曲線」、『流通経済大学論集』第10巻第4号、1976年、1-26頁。

15) この論文を書き終えた直後、チシリーン (R. Tinline) が、ここで用いた波及モデルと同じ型——ただし、構造はまったく同一であるが具体的な形はまったく異なる——のモデルを提唱していること (Tinlin, R. : "Linear Operators in Diffusion Research," in M. D. I. Chrisholm and others (eds.) : *Regional Forecasting*, Butterworth) を奥野氏の論文（奥野隆史：「計量地理学における時間、空間」、『地理』第23巻第1号、昭和53年、61-73頁）によって知った。

チシリーンは、1地域を方格に分けたとき、時点 t における第 i 行第 j 列に位置をもつ方格のもつ変量 X_{ijt} を、時点 $t-1$ におけるその方格とその周辺の方格における変量 $X_{(i+k, j+l), t-1}$ ($k, l = -m, \dots, 0, \dots, m$) の1次式、

$$X_{ijt} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-m}^m b_{kl} X_{(i+k, j+l), t-1}$$

によって説明した。

また、奥野氏は、上述の論文の中で、ヘーゲルストランドのモデルのようなモデルは、一般に時間、空間モデル (temporal-space model) といわれていると述べている。

のプログラム (1), (2) のようなものである¹⁶⁾。

このプログラムでは, VIIにおける D_{ij} は, P(I, J)によって, ΔD_{ij} は PDELTA によって示されている。さらにまた, 確率モデルにおいては, e に確率が与えられているが, プログラムの中では, $\varphi(\tilde{D}_{ij t-1})$ と e とを加えた $\Delta D_{ij t}$ に確率が与えられている。そして, $\Delta D_{ij t}$ は PDELTA で示されている。

また, 厳密モデルのためのプログラムにおいて,
C☆☆☆PATTERN : 9☆☆☆

と書かれている行から下へ18, 19行目にある

IF (PTP1 (K1, L1). GE. 0) GO TO 3

PTP1 (K1, L1)=0.

というステートメント, および20行目の最も左側にある「3」が, 出現する人口密度に非負の条件(式(7.2.3)の条件)を与えるために必要なステートメントであり, 確率モデルのためのプログラムにおいては,

C☆☆☆PATTERN : 9☆☆☆

と書かれている行から下へ18, 19, 27 および28行目にある。

IF (PTP1 (I, J). G. T. 0) GO TO 20

PTP1 (I, J)=0.

IF (PTP1 (K1, L1). GE. 0) GO TO 8

PTP1 (K1, L1)=0.

というステートメント, および29行目の最も左側にある「8」が, 出現する人口密度に非負の条件を与るために必要なステートメントである。

さらに, また, 厳密モデルおよび確率モデルのための各プログラムにおいて PATTERN : m ($m=1, 2, \dots, 9$) とは, VII, 1 の i) から iv) に定義されている $\tilde{D}_{ij t-1}$ を算出するための各ステートメント群の名称であり, m が 1 から 9 まで存在する理由は, $\tilde{D}_{ij t-1}$ の種類が, プログラムを書く場合には,

(1) $\tilde{D}_{11 t-1}$, (2) $\tilde{D}_{1 j t-1}$, (3) $\tilde{D}_{1 21 t-1}$

(4) $\tilde{D}_{i 1 t-1}$, (5) $\tilde{D}_{i j t-1}$, (6) $\tilde{D}_{i 21 t-1}$

(7) $\tilde{D}_{21 1 t-1}$, (8) $\tilde{D}_{21 j t-1}$, (9) $\tilde{D}_{21 21 t-1}$

という 9 種類になることがある。ただし, ここでは, $i=2, 3, \dots, 20$; $j=2, 3, \dots, 20$ である。そして, 上記の (m) ($m=1, 2, \dots, 9$) という番号の与えられている $\tilde{D}_{ij t-1}$ を算出するための一群のステートメント(SUBROUTINE PSUB m (I, J, PMIN, PMAX))に PATTERN : m という名称が与えられている。

16) このプログラムは, VIIにおいて述べたモデルにしたがって, フジミックの蒲耕二氏によって作成されたものである。

(1) 厳密モデルのためのプログラム

```
C *****URBAN POPULATION VARIATION *****
C K_MARA 1977.12.16
C DIMENSION PDELT(A(1))
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C
DATA PDELT/A..1..1..2..3..
1   4..2..0..-2..-3..
2   -5..-6..-7..-8..-9..
3   -10..-11..-12..-13..-14..-15../
C
LOOP=50
N=21
M=21
DO 5 K1=1,N
DO 6 KJ=1,M
P(K1,KJ)=0.
PTP1(K1,KJ)=0.
CONTINUE
5 CONTINUE
KK=0
P(11,11)=3.
PTP1(11,11)=3.
CALL OUTPUT(N,N,KK)
C
***** SIMULATION START *****
C
**** LOOP:SIMULATION NUMBER *****
C
DO 777 KK=1,LOOP
DO 10 K=1,N
DO 20 L=1,M
I=K
J=L
IF(I.EQ.1) GO TO 11
IF(I.EQ.N) GO TO 13
C
IF(J.EQ.1) GO TO 121
IF(J.EQ.M) GO TO 122
C
***** PATTERN : 5 *****
C
CALL PSUB5(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 4 *****
C
121 CALL PSUB4(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 6 *****
C
122 CALL PSUB6(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
11 IF(J.EQ.1) GO TO 111
IF(J.EQ.M) GO TO 112
C
***** PATTERN 2 *****
C
CALL PSUB2(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 1 *****
C
111 CALL PSUB1(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 3 *****
C
112 CALL PSUB3(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
13 IF(J.EQ.1) GO TO 131
IF(J.EQ.M) GO TO 132
C
***** PATTERN : 8 *****
C
CALL PSUB8(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 7 *****
C
131 CALL PSUB7(T,J,PMIN,PMAX)
GO TO 88
C
***** PATTERN : 9 *****
C
132 CALL PSUB9(T,J,PMIN,PMAX)
C
88 DEL=(PMIN+PMAX)/2.+0.5
IDELTA=DEL
IF(IDELTA.EQ.0.) GO TO 1
DELTA=IDELTA(1DELTA)
GO TO 2
1 DELTA=0.
2 PTP1(I,J)=P(I,J)+DELTA
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
CALL OUTPUT(N,N,KK)
C
DO 30 K1=1,N
DO 40 KJ=1,M
IF(PTP1(K1,KJ).GE.0.) GO TO 3
PTP1(K1,KJ)=0.
C
3 P(K1,L1)=PTP1(K1,L1)
40 CONTINUE
50 CONTINUE
777 CONTINUE
STOP
END
SUBROUTINE PSUB1(I,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=I,IP
DO 20 JJ=J,JP
IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB2(I,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JP=J+1
JM=J-1
C
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=I,IP
DO 20 JJ=JM,JP
IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB3(T,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JM=J-1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=I,IP
DO 20 JJ=JM,JP
IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB4(T,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IM=I-1
IP=I+1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=IM,IP
DO 20 JJ=J,JP
IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB5(T,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IM=I-1
IP=I+1
JM=J-1
JP=J+1
C
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
DO 10 II=IM,IP
DO 20 JJ=JM,JP
IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB6(T,J,PMIN,PMAX)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
```

(2) 確率モデルのためのプログラム

```

C COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C IM=I-1
C JP=J+1
C JN=J-1
C PMAX=P(I,J)
C PMIN=P(I,J)
C DO 10 II=IM,IP
C DO 20 JJ=JM,JP
C IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
C IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
C 20 CONTINUE
C 10 CONTINUE
C RETURN
C END
C SUBROUTINE PSUB7(I,J,PMIN,PMAX)
C COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C IM=I-1
C JP=J+1
C JN=J-1
C PMAX=P(I,J)
C PMIN=P(I,J)
C DO 10 II=IM,I
C DO 20 JJ=JM,JP
C IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
C IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
C 20 CONTINUE
C 10 CONTINUE
C RETURN
C END
C SUBROUTINE PSUB8(I,J,PMIN,PMAX)
C COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C IM=I-1
C JP=J+1
C JN=J-1
C PMAX=P(I,J)
C PMIN=P(I,J)
C DO 10 II=IM,I
C DO 20 JJ=JM,JP
C IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
C IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
C 20 CONTINUE
C 10 CONTINUE
C RETURN
C END
C SUBROUTINE PSUB9(I,J,PMIN,PMAX)
C COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C IM=I-1
C JP=J+1
C JN=J-1
C PMAX=P(I,J)
C PMIN=P(I,J)
C DO 10 II=IM,I
C DO 20 JJ=JM,JP
C IF(P(II,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(II,JJ)
C IF(P(II,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(II,JJ)
C 20 CONTINUE
C 10 CONTINUE
C RETURN
C END
C SUBROUTINE OUTPUT(N,NKX)
C COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
C DIMENSION IP(50,50)
C
C 300 FORMAT(1H1,'//,35Y,***** URBAN POPULATION VARIATION *****')
C 301 FORMAT(1H1,'//,45X,"ITERATION =",I3,//)
C
C DO 10 I=1,N
C DO 20 J=1,N
C IP(I,J)=PTP1(I,J)
C 20 CONTINUE
C 10 CONTINUE
C 401 FORMAT(3,30I3,((I3,I3),I=1,N),I=1,N)
C 301 FORMAT(45X,21I5,/)
C
C RETURN
C END
C
C ***** URBAN POPULATION VARIATION *****
C K.KARA
C 1977.12.16
C
C DIMENSION PDFLT(3,21)
C COMMON N(50,50),PTP1(50,50)
C
C DATA PDFLT/0.,1.,2.,1.,2.,3.,1.,2.,3.,
C 1   2.,3.,4.,3.,4.,5.,4.,5.,6.,6.,
C 2   2.,3.,4.,0.,1.,2.,-2.,-1.,0.,
C 3   -3.,-2.,-1.,-5.,-4.,-3.,-6.,-5.,-4.,
C 4   -7.,-6.,-5.,-8.,-7.,-6.,-9.,-8.,-7.,
C 5   -10.,-9.,-8.,-11.,-10.,-9.,-12.,-11.,-10.,
C 6   -13.,-12.,-11.,-14.,-13.,-12.,-15.,-14.,-13./
C
C LY=123456781
C LOOP=50
C N=21
C M=21
C DO 5 KJ=1,N
C DO 6 KI=1,M
C P(KI,KJ)=0.
C 6 CONTINUE
C 5 CONTINUE
C KK=0
C CALL OUTPUT(N,N,KK)
C
C ***** SIMULATION START *****
C
C ***** LOOP:SIMULATION NUMBER *****
C
C DO 777 KK=1,LOOP
C DO 10 K=1,N
C DO 20 L=1,M
C 1K
C J=L
C IF(I.EQ.1) GO TO 11
C IF(I.EQ.N) GO TO 13
C
C IF(J.EQ.1) GO TO 121
C IF(J.EQ.M) GO TO 122
C
C ***** PATTERN : 5 *****
C
C CALL PSUB5(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 4 *****
C
C 121 CALL PSUB4(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 6 *****
C
C 122 CALL PSUB6(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C 11 IF(J.EQ.1) GO TO 111
C IF(J.EQ.M) GO TO 112
C
C ***** PATTERN 2 *****
C
C CALL PSUB2(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 1 *****
C
C 111 CALL PSUB1(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 3 *****
C
C 112 CALL PSUB3(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C 13 IF(J.EQ.1) GO TO 131
C IF(J.EQ.M) GO TO 132
C
C ***** PATTERN : 8 *****
C
C CALL PSUB8(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 7 *****
C
C 131 CALL PSUB7(I,J,PMIN,PMAX)
C GO TO 88
C
C ***** PATTERN : 9 *****
C
C 132 CALL PSUB9(I,J,PMIN,PMAX)
C
C 88 DFL=(PMIN+PMAX)/2.+0.5
C IDELT=DFL
C IF(IDELTA-EQ.0.) IDELT=1
C CALL PAMDU(VFL,IV)
C IV=VFL*100.+0.5
C IF(IV.LT.95.) GO TO 2
C IF(IV.LT.98.) GO TO 3
C GO TO 1
C 2 IDELT=PDFLT(1,IDELT)
C GO TO 9
C 3 IDELT=PDFLT(2,IDELT)
C GO TO 9
C 4 IDELT=PDFLT(3,IDELT)
C 9 PTP1(I,J)=P(I,J)+DFLT
C IF(PTP1(I,J).GT.0.) GO TO 20
C IF(PTP1(I,J).LT.0.) GO TO 20
C PTP1(I,J)=0.

```

```
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C      CALL OUTPUT(N,N,KV)
C
DO 30 K1=1,N
DO 40 L1=1,M
IF(PTP1(K1,L1).GE.0) GO TO 8
PTP1(K1,L1)=0.
8 P(K1,L1)=TP1(Y1,L1)
40 CONTINUE
30 CONTINUE
777 CONTINUE
STOP
END
SUBROUTINE PSUB1(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 IT=I,IP
DO 20 JJ=J,JF
IF(P(I,JJ).LE.PMTN) PMTN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB2(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JP=J+1
JW=J-1
C
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
DO 10 II=I,IP
DO 20 JJ=JW,JP
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB3(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I+1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=I,IP
DO 20 JJ=JW,J
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB4(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I-1
JP=J-1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=IP,I
DO 20 JJ=JW,J
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB5(I,J,PMIN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I-1
JP=J-1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=IP,I
DO 20 JJ=JW,JP
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB6(I,J,PMIN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IP=I-1
JP=J-1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 II=IP,I
DO 20 JJ=JW,J
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB7(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IM=I-1
IP=I+1
JM=J-1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 IT=IM,I
DO 20 JJ=JM,J
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB8(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IM=I-1
IP=I+1
JM=J-1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 IT=IM,I
DO 20 JJ=JM,JP
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE PSUB9(I,J,PMTN,PMAY)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
IM=I-1
JM=J-1
JP=J+1
PMAX=P(I,J)
PMIN=P(I,J)
C
DO 10 IT=IM,I
DO 20 JJ=JM,JP
IF(P(I,JJ).LE.PMIN) PMIN=P(I,JJ)
IF(P(I,JJ).GE.PMAX) PMAX=P(I,JJ)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
C
RETURN
END
SUBROUTINE OUTPUT(N,N,KV)
COMMON P(50,50),PTP1(50,50)
DIMENSION IP(50,50)
K=PTP1(3,300)
300 FORMAT(1H1//,35X,***** URBAN POPULATION VARIATION *****)
310 FORMAT(3,310) FF
201 FORMAT(4X,"ITERATION =",I3,/)
202 FORMAT(3,301) ((IP(I,J),J=1,M),I=1,N)
301 FORMAT(5Y,21L5,J)
C
DO 10 I=1,N
DO 20 J=1,M
IP(I,J)=PTP1(I,J)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
203 FORMAT(3,301) ((IP(I,J),J=1,M),I=1,N)
302 FORMAT(5Y,21L5,J)
C
RETURN
END
SUBROUTINE RAN0(VFL,TY)
IV=TY*65539
IF(IV) 5,5,5
5 IV=IV-3435973*36+1
6 VFL=IV
VFL=VFL*2.91038104567337E-11
RETURN
END
```

Synopsis

SUZUKI, KEISUKE : An Analysis and Simulation of Distribution of Population in Urban Area. *The Journal of Ryūtsū Keizai University (Ryūtsū Keizai Daigaku Ronshū)* Vol. 13, No. 1, 1978, pp. 1-29.

The purpose of this study is to analyse the change of the distribution of population in an urban area.

An urban area was divided into many small areas, and the change of the population density of the small areas are examined by some simulations based on two models, exact and stochastic models.

The models used in these simulations were built under a supposition that the population density in the i th area (R_i) at time t , D_{it} was determined by the population densities in the i th area and the areas surrounding the area ($R_i(q)$, ($q=1, 2, \dots, m_i$)) at time $t-1$, $D_{i(t-1)}$ and $D_{i(q)}$, where q was the number of an area surrounding the i th area.

Therefore, in the model proposed here, the population density in the i th area at time t was determined by the following equations :

$$D_{it} = D_{i(t-1)} + \Delta D_{i(t)} \quad (\text{when } D_{i(t)} < 0, D_{i(t)} = D^* \\ (\geq 0))$$

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i(t-1)})$$

$$\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)}) = \varphi\{D_{i(0)(t-1)}, D_{i(1)(t-1)}, \dots, D_{i(q)(t-1)}, \dots, D_{i(m_i)(t-1)}\}$$

or

$$D_{it} = D_{i(t-1)} + D_{i(t)} \quad (\text{when } D_{i(t)} \geq 0, D_{i(t)} = D^*(0))$$

$$\Delta D_{i(t)} = \varphi(\tilde{D}_{i(t-1)}) + e$$

$$\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)}) = \varphi\{D_{i(0)(t-1)}, D_{i(1)(t-1)}, \dots, D_{i(q)(t-1)}, \dots, D_{i(m_i)(t-1)}\}$$

where $\Delta D_{i(t)}$ was the difference between $D_{i(t-1)}$

and D_{it} (or $D_{it} - D_{i(t-1)}$), $D_{i(0)(t-1)}$ was $D_{i(t-1)}$, m_i was the largest number of the area among the numbers of the areas surrounding the i th area, and e was the residual whose value was given at random.

The former model is the exact model of the simulation model, and the latter one is the stochastic model. If the form of the function $\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)})$, D^* and e are specified, the D_{it} is determined by these models.

In this paper, $\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)})$ was defined by

$$\varphi(\tilde{D}_{i(t-1)}) = \frac{1}{2} [\max_q \{D_{i(0)(t-1)}, D_{i(1)(t-1)}, \dots, D_{i(q)(t-1)}, \dots, D_{i(m_i)(t-1)}\} + \min_q \{D_{i(0)(t-1)}, D_{i(1)(t-1)}, \dots, D_{i(q)(t-1)}, \dots, D_{i(m_i)(t-1)}\}]$$

Here, this type of model was called "contagious model" because the effect of the states of a phenomenon in the areas other than the i th area were given to the state of a phenomenon in the i th area.

Incidentally, Hägerstrand has built his models for explanation of diffusion of information. In his model, the attitude of a person to a specific part of his action in an area is affected by the information given to him by other persons in other areas. Therefore, this model can be also regarded as a contagious model.

According to the results of the simulations of the change of distribution of population in an urban area by the model proposed here, it was found that the model explained successfully the change of the distribution of population in an urban area, and especially it depicted very clearly the mechanism by which the population density in the center in an urban area becomes relatively lower, as the size of urban area becomes large.