森林評価の一方法

鈴　木　啓　祐

I　はしがき

林野庁では，昭和50年度から3年間，「森林評価体系確立調査」をおこなった。この調査では，森林の評価の方法について，種々の面からの調査――立木の評価手法の現況，林地の評価手法の現況，評価機構および従事者，森林評価における紛争事例，諸外国の評価事例，森林評価に関する資格制度の必要性，森林評価基準，森林評価因子の情報収集およびその伝達システム等の調査――がおこなわれた[1]。

筆者は，この調査研究に参加し，特に森林評価基準に関する研究をおこなった。この研究においては，ある任意の時点における森林の価額をどのように決定すべきであるかという点が問題とされた。いうまでもなく，この問題については，多くの研究がなされているが，林野庁では，今回，あらためて，この問題に対する調査研究を社団法人日本林業技術協会に委託し，われわれが，この調査研究に参加したのである。

研究の結果，筆者は，1つの新しい森林の評価方式を提案したが，その方式において用いられる式は，増分調整連結式と名づけられるべき式であり，この調査研究の報告書では，「増分調整連結式」，あるいは，「鈴木啓祐式」と名づけられて報告された（「増分調整連結式」という名称は，筆者が与えた名称である）[2]。

筆者の担当した調査研究分野では，上述のように，ある任意の時点における森林の価額の評価方法が考察されたのであるが，より一般的に，そして，より形式的にいえば，ある2時点間に存在する任意の時点における時系列の値の推定方法が考察されたのである。

一般に，観測された時刻やそれ以外の観測値のもつ属性によって，ある値Xに関するn個の観測値が，X_1, $X_2, \cdots$, $X_t, \cdots$, X_n のように，一定の順序に並べられ，しかも，この観測値の一部が不明，あるいは不完全であるとき，それらは，何らかの方法で推定，補間，あるいは修正されなければならない。増分調整連結式も，この種の推定のための式であるといえる。

このような推定，補間，あるいは修正は，数学や統計学，あるいは人口学（demography）[3]の分野においても見られるが，ここでは，これらの分野における数値の系列の推定，補間，あるいは修正についても簡単に触れ，増分調整連結式の特徴を明示してみたい。

II　既存の森林評価法

森林評価体系確立調査報告書によれば，今日存在する森林評価方式には，まず，評価対象による区分，いいかえれば，評価対象の取扱い方による区分によると，2つの種類に分類され[4]，その第1は，「立木，林地分離評価方式」と呼ばれるべき評価方式であり，この評価方式では，立木と林地との価額が，それぞれ別個に評価される。その第2は，「立木，林地非分離評価方式」と名づけられるべき評価方式であり，この評価方式では，立木と林地との価額が分離されず合計されて評価される。

次いで，評価方法そのものの特徴による区分によると収益還元価方式，比較方式，原価方式，および折衷方式という4つの種類に分類され

1）林野庁：『森林評価体系確立調査報告書（Ｉ），（II）』昭和52年，昭和53年．
2）林野庁：前掲書（昭和53年），16頁，80-91頁．
3）舘稔：『形成人口学』，東京，古今書院，昭和35年．
4）林野庁：前掲書（昭和53年），10頁．

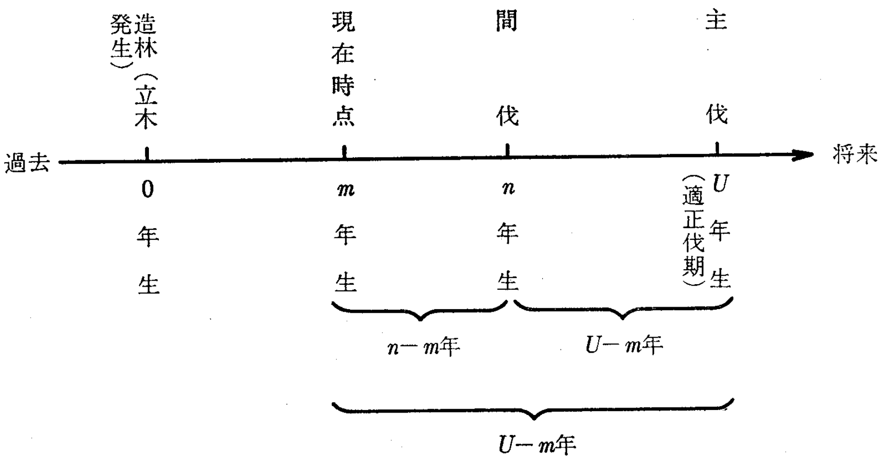


図 2.1　立木の生長と伐採

る[5]。なお，曳地等は，これらを，それぞれ収益方式，比較方式，原価方式，および原価収益折衷方式と呼んでいる[6]。

これらの評価方式は，増分調整連結式と密接な関係をもっているので，以下に，上記報告書に従って，各種の評価方式を明示する。

Ⅱ.1　収益還元価方式

この評価方式における立木，林地分離評価方式では，立木評価のための算式は，立木期望価式，林地評価のためのそれは，林地期望価式といわれている。また，この評価方式の立木，林地非分離評価方式は，林分（森林）期望価式といわれている。

(1)　立木期望価式

立木期望価式は，最も簡単にいうならば，将来，立木が完全に商品として用いられる状態にまで成長した時点における総収入を推定し，その総収入を基準に，それ以前の時点における立木の価額を算定する式である。

ここでは，つぎのような条件の下に立木の価額が算定される。

1)　立木は，それが発生してからU年後に，すなわち，立木がU年生のときに完全に成長して伐採される（これを主伐という）。

2)　現在の時点では立木がm年生となっている。

5)　林野庁：前掲書（昭和53年），10頁.
6)　曳地等（曳地政雄，栗村哲象，大北英太郎，高取辰雄，安井鈞：『山林の評価――理論と応用――』，東京，日本林業技術協会，昭和35年，106頁.

3)　m年生以後，U年生になるまでの間のn年生のときに，立木の一部が伐採される（これを間伐という）。

いま，これらの条件を図示すれば，図2.1のようになる。

このような条件の下にm年生の立木期望価，すなわち，現在における立木の価額H_{em}は，

$$H_{em}=[A_U+D_n(1+P)^{U-n}-(B+V)\{(1+P)^{U-m}-1\}]/(1+P)^{U-m} \qquad (2.1)$$

あるいは，

$$H_{em}=\frac{A_U}{(1+P)^{U-m}}+\frac{D_n}{(1+P)^{n-m}}-\frac{(b+v)\{(1+P)^{U-m}-1\}}{P(1+P)^{U-m}} \qquad (2.2)$$

によって算出される[7]。ただし，

A_U：伐期U年のときの主伐収穫
D_n：m年以後のn年生のときに得られる間伐収穫，または副収入
B：地価
b：年間地代
V：管理費の資本価[8]
v：年間管理費
P：林業利率

式（2.1）の分子の値は立木がU年生のとき（時点）の総収入である。その理由は，まず，A_UはU年生のときの主伐収穫であり，ついで，

7)　林野庁：前掲書（昭和53年），11頁.

$D_n(1+P)^{U-n}$は，n 年生のときの間伐収穫が，林業利率 P においてU年まで $U-n$ 年間増加していったときの価額であり，最後に差引かれる $(B-V)\{(1+P)^{U-m}-1\}$ は，m 年生のときからU年生のときまでの $U-m$ 年間に投入される地価および管理費の総額——毎年の地代を b，管理費を v とすれば，U年生のときにおける m年生からの地代および管理費の合計額は，それぞれ，$b+b(1+P)+\cdots+b(1+P)^{U-m-1}$ (b はU年生のときの地代，$b(1+P)^{U-m-1}$ はm年生のときの年間増加率をPとした場合のU年生のときにおける地代である)，$v+v(1+P)+\cdots+v(1+P)^{U-m-1}$ となること，そして，これらの値は，それぞれ，

$$\frac{b\{(1+P)^{U-m}-1\}}{(1+P)-1}$$

$$\frac{v\{(1+P)^{U-m}-1\}}{(1+P)-1}$$

となるから，b/P を B，v/P を V で示せば，これらの合計額は，$(B+V)\{(1+P)^{U-m}-1\}$ となり，Bは地価，Vは管理費の資本価とみなし得る——であり，A_U と $D_n(1+P)^{U-n}$ との総和から，$(B+V)\{(1+P)^{U-m}-1\}$ を差引いた値が，U年生のときに獲得されるべきで総収入であることにある。

H_{em} は，このU年生のときの総収入を，林業利益Pによって現在価額に評価したものといえる。すなわち，式 (2.1) の分子をAとすれば，

$$H_{em}(1+P)^{U-m}=A \qquad (2.3)$$

という関係が得られるから，この関係によって，H_{em} を

$$H_{em}=\frac{A}{(1+P)^{U-m}} \qquad (2.4)$$

とした式が式 (2.1) である。

式 (2.2) は，

$$BP=b \qquad (2.5)$$

$$VP=v \qquad (2.6)$$

という関係を用いて，式 (2.1) を整理して得られた式である。この式は，地価Bが不明な場合，既知の b および v によって H_{em} を算出する式として用いられる[9]。

なお，ここでの価額は，すべて，m年生のときの物価水準によって示されている。

また，もしも，間伐が，$n(1)$ 年生，$n(2)$ 年生，…，$n(t)$ 年生，…，$n(s)$ 年生のときになされたとすれば，上式は，それぞれ，

$$H_{em}=[A_U+\sum_{t=1}^{s}D_{n(t)}(1+P)^{U-n(t)}-(B+V)\{(1+P)^{U-m}-1\}]/(1+P)^{U-m} \qquad (2.1')$$

ならびに，

$$H_{em}=\frac{A_U}{(1+P)^{U-m}}+\sum_{t=1}^{s}\frac{D_{n(t)}}{(1+P)^{n(t)-m}}-\frac{(b+v)\{(1+P)^{U-m}-1\}}{P(1+P)^{U-m}} \qquad (2.2')$$

となる。

(2) 林地期望価式

林地期望価式としては，種々の式が与えられているが，その基本的算式は，

$$B_U=\frac{A_U+D_U(1+P)^{U-n}-C(1+P)^U}{(1+P)^U-1}-V \qquad (2.7)$$

によって示される[10]。ただし，

B_U：林地期望価

D_n：n年生のときに得られる間伐収穫，または副収入

C：造林費

である。

式 (2.7) の左辺の分数の部分は，林地の地価とその管理費の資本価との合計額 B_U' である。この B_U' は，この分数の分子である林地とその管理活動によってU年間に獲得されるべ

8) 毎年の管理費（保護管理のための人件費，物財費，林地の固定資産税，森林火災保険料，造林のための林道費等）をvとしたとき，このvを管理費という名目で費用を支払わなければならない資本が用いられているとみなし，その資本Vの価額を求めてみると，

$$VP=v$$

でなければならないから，

$$V=\frac{v}{P}$$

である．このVが管理費の資本価である（曳地等：前掲書，107頁）．

9) 曳地等：前掲書，121頁．

10) 前記報告書（林野庁：前掲書（昭和53年），11頁）に書かれている式を最も簡単な形にして示したものである．特に，間伐収穫に関する部分を立木期望価式の式 (2.1) に一致させた．

き総収入Rを$(1+P)^U-1$で除して得られる。その理由は,

$$B_U'(1+P)^U-B_U'=R \tag{2.8}$$

すなわち,

$$B_U'\{(1+P)^U-1\}=R \tag{2.8'}$$

であるからである。すなわち,もし,B_U'が林地の地価とその管理費の資本価との合計額であるとすれば,そのB_U'が資本として投入されてからU年後には,$B_U'(1+P)^U$という額に増加しているであろう(増加率はPとする)から,B_U'から獲得されるべき総収入Rは$B_U'(1+P)^U-B_U'$となる。

式(2.8)が成立するとき,B_U'は,

$$B_U'=\frac{R}{(1+P)^U-1} \tag{2.9}$$

となる。

また,上記の分数の分子Rが式(2.7)の分数の分子のようになる理由は,$A_U+D_n(1+P)^{U-n}$が,造林費が0の場合,林地と管理活動から得られる総収入R'であり$C(1+P)^U$は,造林後U年後における造林費の総額C'であり,林地と管理活動から獲得されるべき総収入Rは,$R'-C'$,すなわち,

$$\left.\begin{aligned} R\ &=R'-C' \\ R'&=A_U-D_n(1+P)^{U-n} \\ C'&=C(1+P)^U \end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

となるからである。

ここで最終的に求めようとする林地期望価B_Uは,林地の地価B_Uとその管理費Vの合計額であるB_U'から管理費Vを差引いたものであるから,

$$\begin{aligned} B_U&=(B_U+V)-V \\ &=B_U'-V \\ &=\frac{R}{(1+P)^U-1}-V \end{aligned} \tag{2.11}$$

となり,このRに,式(2.10)から得られるRの値,$A_U-D_n(1+P)^{U-n}-C(1+P)^U$を代入すれば,式(2.7)が得られる。

ここでも,間伐が$n(t)$年生$(t=1, 2, \cdots, s)$のときになされたとすれば,式(2.7)は,

$$B_U=\frac{A_U+\sum_{t=1}^{s}D_{nt}(1+P)^{U-n(t)}-C(1+P)^U}{(1+P)^U-1}-V \tag{2.7'}$$

となる。なお,いうまでもなく,林地期望価B_Uは立木成長年数mとは無関係である。

(3) 林分(森林)期望価式

林分の価額すなわち,立木と林地の総価額を収益還元価方式で求める場合には,(1)の立木期望価式と(2)の林地期望価式との合算式である林分(森林)期望価式を用いる[11]。いま,林分期望価式を,式(2.1')および(2.7')の合算式によって示せば,

$$\begin{aligned} H_m&=H_{em}+B_U \\ &=[A_U+\sum_{t=1}^{s}D_{n(t)}(1+P)^{U-n(t)}-(B \\ &\quad +V)\{(1+P)^{U-m}-1\}]/(1+P)^{U-m} \\ &\quad +\{A_U+\sum_{t=1}^{s}D_{n(t)}(1+P)^{U-n(t)}-C(1 \\ &\quad +P)^U\}/\{(1+P)^U-1\}-V \end{aligned} \tag{2.12}$$

となる。ただし,H_mは,立木がm年生のときの林分の価額である。

II.2 比較方式

比較方式における立木,林地分離評価方式のうち,立木評価のための算式の1つとして,立木価格市場価逆算式がある。また,林地評価のための算式としては,林地取引事例比準化式がある。

(1) 立木価格市場価逆算式

立木価格市場価逆算式では,伐採可能となった立木を伐採し,市場で実際に商品(すなわち,素材)として売られる価額——これは,(木材の単位体積価格)×(材積)によって得られる——Aから,伐出運搬に要する見積総費用Bと伐出運搬事業の見込正常利潤Rを差引いた残額が立木の評価額Xとみなされる[12]。

11) 林野庁:前掲書(昭和53年),12頁.
12) 曳地等:前掲書,147頁.

すなわち，立木の評価額Xは

$$X=A-(R+B) \tag{2.13}$$

によって示される。

正常利益Rは，林木購入資金Xと伐出運搬経費Bのための資金額の合計（$X+B$）と正常利益率（月率r）によって算出される。正常利益Rの算式は，

$$R=(X+B)\,lr \tag{2.14}$$

である。ただし，lは資本回収期間であり，これは，立木の買付，伐出運搬販売までに要する期間(事業期間)の1/2から2/3の期間である[13]。

この式を，式（2.9）に代入すれば，

$$\begin{aligned} X&=A-\{(X+B)\,lr+B\}\\ &=A-B-(X+B)\,lr\\ &=A-B(1+lr)-Xlr \end{aligned} \tag{2.15}$$

が得られる。この式から，

$$X=\frac{A}{1+lr}-B \tag{2.16}$$

を得る。

しかしながら，このXは最終的な立木評価額X^*としてみなされない。一般に，立木の総体積をv，それから得られる生産素材，すなわち，丸太の見込総体積（利用材積）をmとするとき，$m/v=f$ を利用率というが，最終的な立木評価額X^*は，

$$X^*=f\left(\frac{a}{1+lr}-b\right)v-C \tag{2.17}$$

で与えられる。ただし，

a：木材の単位体積価格

b：木材の単位体積あたり伐出運搬経費

C：施設費総額

である。

式（2.17）は，以下のようにして得られる。すなわち，まず，

$$X^*=X-C \tag{2.18}$$

とし，さらに，

$$\left.\begin{aligned} X&=xv\\ A&=am\\ B&=bm \end{aligned}\right\} \tag{2.19}$$

として，式（2.16）に式（2.19）を代入すれば，

$$xv=\frac{am}{1+lr}-bm \tag{2.20}$$

が得られる。この式から，

$$x=f\left(\frac{a}{1+lr}-b\right) \tag{2.21}$$

が得られる。他方，式（2.18）は

$$X^*=xv-C \tag{2.22}$$

と書けるが，このxに式（2.21）を代入すれば，式（2.17）が得られる[14]。

なお，樹種がQ種類ある場合には，そのうちの第q種類の樹木のf，a，およびbを，それぞれf_q，a_q，およびb_qとすれば，

$$X^*=\sum_{q=1}^{Q} f_q\left(\frac{a_q}{1+lr}-b_q\right)-C \tag{2.23}$$

となる[15]。

(2)　林地取引事例比準価式

林地の評価のための比較方式としては，林地取引事例比準価式が挙げられるが，この評価方式による林地の価額（林地評定価）は，

$$\text{林地評定価}=\frac{\text{算定評価額}+\text{鑑定評価額}}{2}\pm\text{事情補正額} \tag{2.24}$$

によって与えられる。ただし，

算定評価額：取引事例に比準し，立地指数等により修正算定した評価額

鑑定評価額：民間精通者による評価額

である。

II.3　原価方式

原価方式による立木の評価方式には，立木費用価式といわれるものが提案されている。これは，地代，管理費，造林費等をすべて合計した価額を立木の価額にしようとする評価方式である。この評価方式には，立木費用価式がある。

(1)　立木費用価式（I）

立木費用価式で得られるm年生の立木の評価額H_{km}は，

$$H_{km}=(B+V)\{(1+P)^m-1\}+C(1+P)^m-\sum_{t=1}^{s} D_{n(t)}\,(1+P)^{m-n(t)} \tag{2.25}$$

13)　曳地等：前掲書，148頁.

14)　曳地等：前掲書，149頁.

15)　林野庁：前掲書（昭和53年），13頁.

によって示される。ただし，C は造林費である。

この式の右辺の最初の項は，毎年の地代および管理費を b および v としたとき，造林の年から m 年間の地代および管理費の立木が m 年生になったときの額の合計（これを後価合計という）である。実際，林業利率を P としたとき，造林の年の地代および管理費は，立木が m 年生になったとき，$b(1+P)^{m-1}$ および $v(1+P)^{m-1}$ となり，造林の年から s 年後の年の地代および管理費は，立木が m 年生になったとき，$b(1+P)^{m-s-1}$ および $v(1+P)^{m-s-1}$ となるから，造林後 m 年間の地代および管理費の合計額は，

$$\frac{b\{(1+P)^m-1\}}{(1+P)-1}+\frac{v\{(1+P)^m-1\}}{(1+P)-1}$$

となる。b/P および v/P は II.1 の(1)で述べたように，地価 B，および管理費の資本価 V とみなせるので，上記の合計額は，

$$(B+V)\{(1+P)^m-1\}$$

となる。

第2の項の C は，造林後第 h 年目の造林費を C_h とするとき，

$$C=\frac{C_1}{1+P}+\frac{C_2}{(1+P)^2}+\frac{C_3}{(1+P)^3}+\cdots+\frac{C_m}{(1+P)^m} \qquad (2.26)$$

である。したがって，この値は，林業利率を P として，C_1，C_2，…，C_h を造林の時点の投入費用の値に換算し，その各換算額の合計である。すなわち，C は，毎年の造林の費用を造林時における支出額になおした金額の合計（これを前価合計という）である。それゆえ，$C(1+P)^m$ は造林費の m 年生における後価合計である。

最後の項は，立木が $n(t)$ 年生 ($t=1, 2, \cdots, s$) になったときにおこなった間伐による収入 $D_{n(t)}$ の後価合計である[16]。

(2)　立木費用価式（II）

(1)に述べた式とは異なった形の立木費用価式がある。その評価式は，

$$H_{km}=C_1(1+P)^m+C_2(1+P)^{m-1}+\cdots+C_m(1+P) \qquad (2.27)$$

によって示される。ただし，

$C_s(s=1, 2, \cdots, m)$：造林時から $(s-1)$ 年後の1年間の造林費，地代，管理費の合計額

P：林業利率

である[17]。

この評価方式は，立木が s 年生のときに支出された費用 C_s が m 年生のときに，林業利率 P によって増加し，$C_s(1+P)^{m-(s-1)}$ となることを前提として構成されたものである。

II.4　折衷方式

折衷方式は，収益還元方式，比較方式，あるいは原価方式を適当に組合わせて，ある時点における立木の価額の評価方式である[18]。

これまでに述べた評価方式のうち，立木費用価式は，幼齢林の立木の評価には有効であるが[19]，それ以後ではあまり有効でない。その理由は，立木費用価式の評価額と壮齢林において有効であるとされている市場価逆算式[20]による壮齢林における評価額との整合性がとぼしい[21]ことにある。いいかえれば，一方において，ある立木の壮齢林の評価額を市場価逆算式で算出しておき，他方において，その壮齢林の評価額を立木費用価式で算出し，これら2つの壮齢林の評価額を比較してみると，これらは，必ずしも，互いに一致することがない。

したがって，今日では，以下に述べるグラーゼル式のように中齢林の評価においては，幼齢林の立木費用価式による評価額と壮齢林の市場価逆算式による評価額とを適当に結ぶ曲線評価式を適用したり，レンメル式のように林業利率 P を他の率に変えた算式を用いたりしている[22]。グラーゼル式ならびにレンメル式とは，つぎのような評価方式である。

(1)　グラーゼル式（立木原価収益折衷式）

16)　曳地等：前掲書，107-108頁.
　　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁，

17)　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁.
18)　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁.
19)　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁.
20)　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁.
21)　林野庁：前掲書（昭和53年），15頁.
22)　林野庁：前掲書（昭和53年），15-16頁.

グラーゼル (Glaser) は，m 年生の立木の評価額 H_m を

$$H_m=(A_U-C)\frac{m^2}{U^2}+C \qquad (2.28)$$

によって決定することを提案した。ただし，

A_U：適正伐期に達した U 年生の立木の市場価逆算式による立木評価額（立木が m 年生のときの価格水準による）

C：初年度造林費（立木が m 年生のときの価格水準による）

である。この評価方式では，造林費を除いた評価額の部分 (H_m-C) が立木の年齢 m の 2 乗に比例する，すなわち，

$$H_m-C=m^2K \qquad (2.29)$$

という仮定が用いられている。K は定数であり，年齢 m が適正伐期 U となってもこの式が成立するとすれば，年齢 n のとき H_m は A_U, m は U となるから，

$$A_U-C=U^2K \qquad (2.30)$$

が成立する。式 (2.29) と (2.30) とから，

$$\frac{H_m-C}{m^2}=\frac{A_U-C}{U^2}(=K) \qquad (2.31)$$

が得られる。この式を整理すれば，式 (2.28) が得られる[23]。

いま，造林期間（すなわち，造林の開始時点からその完了時点までの期間）が e 年であるとすれば，その期間内の造林費（管理費，地代を含む）の合計を C_e で示すとき，H_m は，

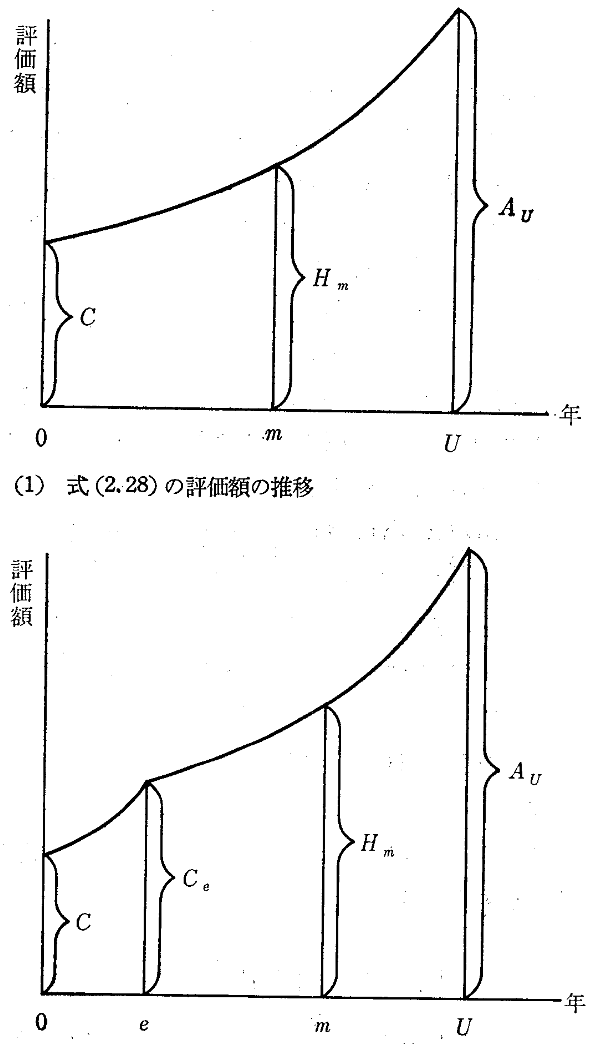
$$H_m=(A_U-C_e)\frac{(m-e)^2}{(U-e)^2}+C_e \qquad (2.32)$$

によって与えられる。e は，一般に，10とみなされている[24]。式 (2.32) を図示すると図2.2のようになる。

(2) レンメル式

レンメル式では，初年度造林費 (C_0) と伐期収益 (A_U) とから得られる造林利回り (x_0) によって，m 年生の立木の価額が評価される。

23) 林野庁：前掲書（昭和53年），16頁.
　曳地等：前掲書，130頁.
24) 林野庁：前掲書（昭和53年），16頁.
　曳地等：前掲書，130頁.



(1) 式 (2.28) の評価額の推移

(2) 式 (2.32) の評価額の推移

図2.2 グラーゼル式による立木の評価額の時間的推移

すなわち，まず，造林費 C_0 と伐期収益 A_U との間に，

$$C_0(1+x_0)^U=A_U \qquad (2.33)$$

という関係が成立すると仮定する。ただし，伐期は造林後 U 年後であるとする。この式から，x_0 は，

$$x_0=\sqrt[U]{\frac{A_U}{C_0}} \qquad (2.34)$$

という式によって得られる。ここで，C_0 とは，造林後 m 年現在の価格水準で評価した，造林後第 s 年度の造林費，管理費，地代の合計を C_s としたとき，

$$C_0=\frac{C_1}{(1+x_0)}+\frac{C_2}{(1+x_0)^2}+\frac{C_3}{(1+x_0)^3}$$

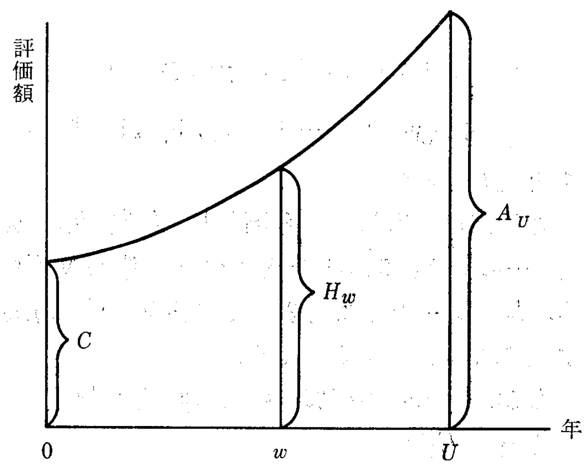


図2.3 レンメル式による立木の評価額の時間的推移

$$+\cdots \qquad (2.35)$$

から得られる値であり，いわば，立木に対して支出した総費用を，造林時に一度に支出したと仮定したときの，造林時における総支出である。このC₀を式(2.33)に代入すれば，

$$\left\{\frac{C_1}{(1+x_0)}+\frac{C_2}{(1+x_0)^2}+\frac{C_3}{(1+x_0)^3}+\cdots\right\}(1+x_0)^U=A_U \qquad (2.36)$$

となる。この式から得られるx_0を用いて，造林後m年における立木の価額H_mを

$$H_m=C_0(1+x_0)^m \qquad (2.37)$$

によって求めるのである[25]。

この評価方式では，造林時点からw年後の立木の価額H_wが，一般に，

$$H_w=C_0(1+x_0)^w \qquad (2.38)$$

というなめらかな曲線で示される（図2.3）。そして，この評価方式において用いられる造林費C_0と収益還元価方式で用いられる主伐収穫A_Uとを用いて構成された，両評価方式の折衷評価方式であるといえる。

Ⅲ 各種評価方式の比較

Ⅱに述べたように，今日，多くの森林評価の方法が提案されているが，ここで，これらの評価方式のうち，特に，立木評価のための各種評価方式の特徴を指摘しておきたい。

25) 林野庁：前掲書（昭和53年），17頁.
　　曳地等：前掲書，141-142頁.

Ⅱに挙げた各種立木評価方式を列挙すれば，

収益還元価方式
　　立木期望価式
比較方式
　　立木価格市場価逆算式
原価方式
　　立木費用価式
折衷方式
　　グラーゼル式
　　レンメル式

となる。

これらの評価方式のうち，収益還元価方式は，壮齢期，比較方式は，伐期，原価方式は幼齢期，そして，折衷方式は，壮齢期に適した評価方式であるといえよう[26]。

折衷方式が存在する理由も，折衷方式以外の各評価方式がそれぞれ上記のような性質，すなわち，それぞれ，立木のある特定の年齢に対して適しているという性質があるからである。

この論文のⅤにおいて論じられる新しい評価方式も，できるだけ合理的な壮齢期の立木の評価方式として考案された一種の折衷方式である。

Ⅳ 各種の系列の推定，補間，あるいは修正法

グラーゼル式やレンメル式から明らかなように，立木評価の方法としての折衷方式は，数字の列——すなわち系列——の推定，補間，あるいは修正の方法の一種であるといえる。

新しく提案する折衷方式について述べる前に，いくつかの，系列の推定，補間，あるいは修正の方法について述べ，そのことによって，新しく提案する折衷方式の特徴をより鮮明にさせてみたい。

(1) ニュートンの補間公式

関数$y=f(x)$のxが，$x_0, x_1, x_2, \cdots, x_m$という値をとるとき，$y$の値が$y_0, y_1, y_2, \cdots, y_m$となるとしよう。$x_i-x_{i-1}\ (i=1, 2, \cdots, m)$を一定（これを$h$とする）のとき，任意の$x$に

26) 曳地等：前掲書，130頁.

関数の値	第1階差	第2階差	第3階差
y_0			
	$\triangle y_0$		
y_1		$\triangle^2 y_0$	
	$\triangle y_1$		$\triangle^3 y_0$
y_2		$\triangle^2 y_1$	
	$\triangle y_2$		$\triangle^3 y_1$
y_3		$\triangle^2 y_2$	
	$\triangle y_3$		$\triangle^3 y_2$
⋮		$\triangle^2 y_3$	
	⋮		$\triangle^3 y_3$
		⋮	⋮

図4.1 y の各階差

対する y の値 $f(x)$ は,

$$f(x) \fallingdotseq y_0 + U\Delta y_0 + \frac{U(U-1)}{2}\Delta^2 y_0 + \cdots + \frac{U(U-1)(U-2)\cdots(U-n+1)}{n!}\Delta^n y_0 \tag{4.1}$$

で与えられる。これが，ニュートンの補間公式 (Newton's interpolation formula) である[27]。ただし，$U=(x-x_0)/h$, $\Delta^s y_p$ $(p=1, 2, \cdots)$ は y の第 s 階差であり，$\Delta^s y_p = \Delta^{s-1} y_{p+1} - \Delta^{s-1} y_p$ である。各階差を図によって示せば，図4.1のようになる。

式 (4.1) の第3項以下の項を微小な値とみなして省略すれば,

$$f(x) \fallingdotseq y_0 + U\Delta y_0 \tag{4.2}$$

が得られる[28]。

(2)　シンプソンの公式

関数 $f(x)$ の区間 $[a, b]$ の定積分 I，すなわち,

$$I = \int_a^b f(x)\,dx \tag{4.3}$$

の値が正確に得られないとき，その定積分の値は，シンプソンの公式 (Simpson's formula) によって求められる。

この公式によれば，区間 $[a, b]$ を $2n$ 等分し，その分点を

$$x_0\,(=a),\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{2n}\,(=b)$$

とし，$f(x_k)=y_k$ $(k=0, 1, 2, \cdots, 2n)$，ならびに $(b-a)/2n=h$ とすれば，定積分 I の近似値は,

$$I \fallingdotseq \frac{h}{3}\{y_0 + 4(y_1 + y_3 + \cdots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \cdots + y_{2n-2}) + y_{2n}\} \tag{4.4}$$

で与えられる[29]。

この式は，もし，a を固定し，b を b_1, b_2, b_3, …のように動かしたときの I の値の系列を I_1, I_2, I_3, …としたとき，この系列の値の推定式とみなすことができよう。

なお，この式の近似値のもつ誤差を $|E|$ としたとき，$|E|$ は,

$$|E| \leqq \frac{(b-a)^5 G}{2880 n^4} \tag{4.5}$$

であることが知られている。ただし，G は，$[a, b]$ における $d^4 f(x)/dx^4$ の最大値である[30]。

(3)　ゴンペルツ・メイカムの修正

(1)および(2)は，数学において用いられる補間や推定のための式であるが，ここで述べる修正式は，人口学の分野におけるそれである。

人口の秩序を記述するため，0歳の人口を1あるいは1,000，または，100,000（これを生命表の基数 (radix) という）とし，その人々のうち，x 歳において生存している人々の数を $l(x)$ で示し，これを x 歳の生存数 (number living) という。$l(x)$ は x の関数とみなし得るので，$-dl(x)/dx$ という値が定義され得るが，この値を x 歳の死亡速度という。この値は，$l(x)$ の変化のゆるやかな5歳から55歳までの年齢区間においては,

$$-\frac{dl(x)}{dx} \fallingdotseq \frac{l(x+1)-l(x-1)}{2} \tag{4.6}$$

という式によって近似的に算出される[31]。

また，この値を $l(x)$ で除した値は $\mu(x)$ で示され，これは x 歳の死力 (force of mortality) と呼ばれている。すなわち，死力 $\mu(x)$ は,

$$\mu(x) = -\frac{1}{l(x)} \cdot \frac{dl(x)}{dx} \tag{4.7}$$

である。

27)　矢野等（矢野健太郎，茂木勇，石原繁）編：『数学小辞典』，東京，共立出版，昭和43年，441頁.
28)　矢野等編：前掲書，441頁.
29)　矢野等編：前掲書，263-264頁.
30)　矢野等編：前掲書，264頁.
31)　舘稔：『形式人口学』，東京，古今書院，昭和35年，631-635頁.

5歳から55歳までの年齢区間の$\mu(x)$は$l(x)$と式(4.6)を用いて近似的に得ることができるが，$\mu(x)$曲線の高年齢部分——通常，50歳，あるいは55歳以上の部分——は指数曲線の形をもっていると仮定して，この部分の$\mu(x)$を

$$\mu(x)=Ae^{cx} \qquad (4.8)$$

あるいは，

$$\mu(x)=A+Be^{cx} \qquad (4.9)$$

という式で推定するのである。ただし，A, B, およびcは定数，eは自然対数の底である。

式(4.8)はゴンペルツ(Gompertz)の仮定，式(4.9)は，ゴンペルツの仮定に対するメイカム(Makeham)の修正，あるいはゴンペルツ・メイカム(Gompertz-Makeham)の仮定と名づけられている[32]。

ここに挙げた，式(4.8)および(4.9)による推定においては，測定値がなめらかな曲線で連結されることによって得られるのでなく，あらかじめ経験的に得られた曲線を前提として推定値が得られている。

グラーゼル式も式の形は異なっていても，この種の未知数の推定法であるといえよう。

(4) 移動平均法

等しい時間間隔をもつ時点$t_1, t_2, \cdots, t_n$において得られた観測値（すなわち，時系列）$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$があるとき，この観測値に含まれる周期的変動を除去し，この観測値のもつ変動の傾向をみいだしたいときに，この観測値を加工してその傾向をとり出す方法の1つとして，移動平均法(method of moving average)がある。

この方法による第i番目の観測値の周期的変動をとり除かれた値$\bar{Y}_i$は，

$$\bar{Y}_i=\frac{\sum_{s=i-m}^{i+m} Y_s}{2m+1} \qquad (4.10)$$

あるいは，

$$\bar{Y}_i=\frac{1}{2}\left(\frac{\sum_{s=i-m}^{i+m-1} Y_s}{2m}+\frac{\sum_{s=i-m+1}^{i+m} Y_s}{2m}\right) \qquad (4.11)$$

となる。ただし，式(4.10)は，観測値に含まれる周期の長さが奇数$(2m+1)$個の時点の長さであるときの$\bar{Y}_i$を得るための式であり，式(4.11)は，それが偶数$(2m)$個の時点の長さであるときの$\bar{Y}_i$を得るための式である[33]。

これは，一種の時系列の修正式であるとみなされる。

(5) 最小2乗法

時点$t_1, t_2, \cdots, t_n$において観測された値を$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$とし，これらの値，すなわち，時系列を，横軸に時点，縦軸に観測値をとった図表に示してみると，一般に，時系列を示す点は，近似的に直線，あるいは曲線のまわりに現われる。そのとき，その直線，あるいは曲線は，最小2乗法によって求められる。

いま，時点$t_1, t_2, \cdots, t_n$における，時系列の変化傾向を示す直線，あるいは曲線上の点を$\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \cdots, \hat{Y}_n$とし，$\hat{Y}_i\ (i=1, 2, \cdots, n)$が，$a_0, a_1, a_2, \cdots, a_k$をパラメーターとするとき，

$$\hat{Y}=a_0+a_1t+a_2t^2+\cdots+a_kt^k \qquad (4.12)$$

のような式のtに$t_i\ (i=1, 2, \cdots, n)$を代入することによって得られるとするならば，最小2乗法では，

$$S=\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2 \qquad (4.13)$$

で定義されるSを最小にするようにパラメーター$a_p\ (p=0, 1, 2, \cdots, n)$が決定される。したがって，

$$\frac{\partial S}{\partial a_p}=0\ (p=0, 1, 2, \cdots, k) \qquad (4.14)$$

となるようにa_pが決定される。

実際に，式(4.14)——すなわち，正規方程式——は，

$$\begin{aligned}
&\sum Y_i=na_0+a_1\sum t_1+a_2\sum t_i^2+\cdots+a_k\sum t_i^k\\
&\sum t_iY_i=a_0\sum t_i+a_1\sum t_i^2+a_2\sum t_i^3+\cdots+\\
&\qquad a_k\sum t_i^{k+1}\\
&\vdots\\
&\sum t_i^kY_i=a_0\sum t_i^k+a_1\sum t_i^{k+1}+a_2\sum t_i^{k+2}+\cdots\\
&\qquad +a_k\sum t_i^{2k} \qquad (4.15)
\end{aligned}$$

という形で示される。式(4.12)のパラメーター$a_p\ (p=1, 2, \cdots, k)$の値は，この式から得

32) 舘稔：前掲書，645頁.

33) 鈴木啓祐：『現代統計学入門』，東京，交通日本社，昭和53年（改訂第4版），214-219頁.

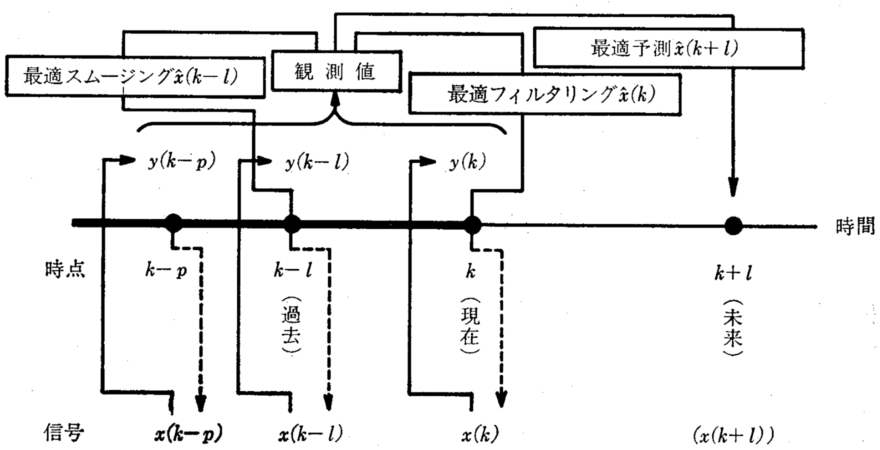


図4.2　観測値 y $(k+l)$ による各種推定作業

られる。

(6)　カルマン・フィルター

いま，現在の時点を時点 k とするならば，$k-l$ $(l\geqq 1)$ は過去の時点であり，$k+l$ $(l\geqq 1)$ は，未来の時点である。一般に，時点 t における観察対象の観測値 y を $y(t)$ と書けば，過去の観測値は，$y(k-l)$，$(l\geqq 1)$，現在のそれは，$y(k)$，そして，未来のそれは，$y(k+l)$ である。y と関係のある値 x の推定値 $\hat{x}$ を，ある過去の時点から現在までの y の観測値 y $(k+l)$ $(l=0,\ 1,\ 2, \cdots,\ p)$ によって推定する場合，

1)　未来の x の値 $x(k+l)$，$(l\geqq 1)$ の最適な推定値を $\hat{x}(k+l)$ を求めることを最適予測 (prediction)

2)　現在の x の値 $x(k)$ の最適な推定値 $\hat{x}(k)$ を求めることを最適フィルタリング (filtering)

3)　過去の x の値 $x(k-l)$，$(l\geqq 1)$ の最適な推定値 $\hat{x}(k-l)$ を求めることを最適スムージング (smoothing)

という[34]。図 4.2 は上記の各種の推定作業を図示したものである。

カルマン (R. E. Kalman) は，彼独自の最適フィルターを提唱した。ここでは，カルマン・フィルターの構造を明確に示すために，カルマン・フィルターそのものを説明する前に，有本がおこなっているように，「最小 2 乗による推定（すなわち，最小 2 乗推定量)」について述べることにする。

いま，ある現象 X があり，その実現値を x とする。x は，「信号」といわれ，この信号は，測定用具によって測定される。その測定用具によって測定された値は，測定値であり，y で示すことにする。y と x との間には，

$$y=cx+w \tag{4.16}$$

という関係があるとみなし得る。ただし c はパラメーター（既知)，w は雑音（誤差）である。

y から x を推定するには，y と x の推定値 $\hat{x}$ へとの間にある

$$\hat{x}=f(x) \tag{4.17}$$

という関係を用いることができる。この関数の最も簡単な形として，

$$\hat{x}=\alpha y+\beta \tag{4.18}$$

が考えられる。ただし，α，β はパラメーターである。

式 (4.18) の α と β は，

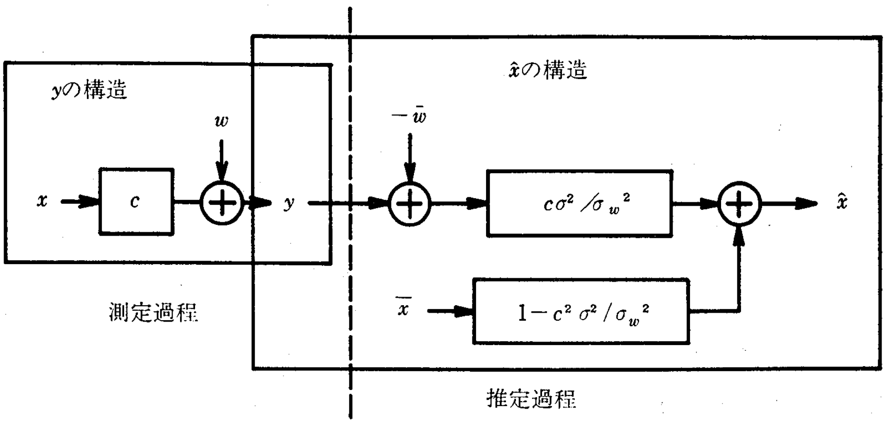
$$e=\hat{x}-x \tag{4.19}$$

で定義される誤差 e の分散 $E(e-Ee)^2$ を最小にすることによって求めることができる。まず，e の平均値 Ee は，式 (4.18) と (4.16) を用いて，

$$\begin{aligned} Ee &= E[(\alpha y+\beta)-x] \\ &= E[\{\alpha(cx+w)+\beta\}-x] \\ &= (\alpha c-1)\bar{x}+\alpha\bar{w}+\beta \end{aligned} \tag{4.20}$$

となる。ただし，$\bar{x}$ および $\bar{w}$ は，それぞれ，x および w の平均値である。次いで，e の分散は，

34)　有本卓：『カルマン・フィルター』，東京，産業図書，昭和52年，9-13頁．



(注)　Aと四角でかこまれたBとが矢印で連結されている場合は，$A\times B$，AとBとが丸でかこまれた＋印に向う矢印で連結されている場合は$A+B$を示す．
矢印が文字に向っている場合は，その文字が結果として得られることを示す．

図4.3　最小2乗推定量の構造

$$
\begin{aligned}
E(e-Ee)^2 &= E\{(\hat{x}-x)-Ee\} \\
&= E[(\alpha c-1)(x-\bar{x})+\alpha(w-\bar{w})]^2 \\
&= (\alpha c-1)^2\sigma_x{}^2+\alpha^2\sigma_w{}^2 \quad (4.21)
\end{aligned}
$$

となる。ただし，$\sigma_x{}^2$，$\sigma_w{}^2$ は x，w の分散である。式 (4.21) から，e の分散が α のみの関数であることが知られるから，α はこの分散を最小にするという原則によって得ることができる。また，β の値は，$Ee=0$ という条件から求めることができる。このとき，

$$\alpha=\frac{c\sigma^2}{\sigma_w{}^2} \qquad (4.22)$$

$$\beta=\bar{x}-\alpha(c\bar{x}+\bar{w}) \qquad (4.23)$$

となる。ただし，

$$\sigma^2=(\sigma_x{}^{-2}+c^2\sigma_w{}^{-2})^{-1} \qquad (4.24)$$

である。したがって，求めようとしている x の推定値 $\hat{x}$ は，

$$
\begin{aligned}
\hat{x} &= \alpha y+\beta \\
&= c\sigma^2\sigma_w{}^{-2}y+\hat{x}-c\sigma^2\sigma_w{}^{-2}(c\bar{x}+\bar{w}) \\
&= \frac{c\sigma^2}{\sigma_w{}^2}y+\bar{x}\left(1-\frac{c^2\sigma^2}{\sigma_w{}^2}\right)-\frac{c\sigma^2}{\sigma_w{}^2}\bar{w} \\
&= \frac{c\sigma^2}{\sigma_w{}^2}(y-\bar{w})+\bar{x}\left(1-\frac{c^2\sigma^2}{\sigma_w{}^2}\right) \quad (4.25)
\end{aligned}
$$

によって得ることができる[35]。

信号 x の推定過程は，その y という形態を通じての測定過程による測定結果 (y) を用いた式 (4.25) で示される。この式で示される推定過程と y の測定過程とを有本に従って図示すれば，図4.3のようになる[36]。

カルマン・フィルターも，上述のような測定過程が前提とされている場合のフィルタリングのための推定量（フィルター）である。しかし，上述の最小2乗推定量の前提条件と異なっている点は，信号の発生メカニズム（すなわち，信号過程）である。最小2乗推定量における信号 x では，その平均値 $Ex\,(=\bar{x})$ と分散 $E(x-\bar{x})^2=\sigma_x{}^2$ とが与えられていたが，カルマン・フィルターにおける時点 $t+1$ における信号 $\boldsymbol{x}_{t-1}$（ここでの信号は，x_1，x_2，…，x_s の r 種類の信号からなる）では，

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=A_t\boldsymbol{x}_t+B_t\boldsymbol{u}_t \qquad (4.26)$$

という構造，すなわち，時点 $t+1$ の信号 $\boldsymbol{x}_{t+1}$ はその前の時点のそれ $\boldsymbol{x}_t$ に支配されているという構造が前提とされる。ただし，A_t，B_t は，それぞれ，n 行 n 列，n 行 r 列の確定行列，

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=\begin{bmatrix} x_{1t+1} \\ \vdots \\ x_{nt+1} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{x}_t=\begin{bmatrix} x_{1t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{u}_t=\begin{bmatrix} u_{1t} \\ \vdots \\ u_{nt} \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{u}_t$ は確率変数ベクトルであり，

$$E\boldsymbol{u}_t=\bar{\boldsymbol{u}}_t \qquad (4.27)$$

35)　有本卓：前掲書，56-59頁．
なお，式 (4.25) は，図4.1の構造がこの式によって明示され得るように，有本のものとはやや異なった形に整理されている．

36)　有本卓：前掲書，59頁に書かれた図を基礎として書かれている．

$$E(\boldsymbol{u}_t-\bar{\boldsymbol{u}}_t)(\boldsymbol{u}_l-\bar{\boldsymbol{u}}_l)'=\delta_{tl}U_t \qquad (4.28)$$

$$\delta_{tl}=\begin{cases}1 & t=l\\ 0 & t\neq l\end{cases} \qquad (4.29)$$

である。また，U_t は $r\times r$ の正定値行列である。この種の $\boldsymbol{u}_t$ は白色ランダム系列といわれる。

測定過程は，最小2乗推定量におけるように，

$$\boldsymbol{y}_t=C_t\boldsymbol{x}_t+\boldsymbol{w}_t \qquad (4.30)$$

であり，

$$\boldsymbol{y}_t=\begin{bmatrix}y_{1t}\\ \vdots\\ y_{mt}\end{bmatrix},\quad C_t=\begin{bmatrix}c_{11t}\cdots c_{1nt}\\ \vdots \qquad \vdots\\ c_{m1t}\cdots c_{mnt}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{w}_t=\begin{bmatrix}w_{1t}\\ \vdots\\ w_{mt}\end{bmatrix}$$

である。なお，C_t は $m\times n$ の確定行列，$\boldsymbol{w}_t$ は白色ランダム系列であり，

$$E\boldsymbol{w}_t=\bar{\boldsymbol{w}}_t \qquad (4.31)$$

$$E(\boldsymbol{w}_t-\bar{\boldsymbol{w}}_t)(\boldsymbol{w}_l-\bar{\boldsymbol{w}}_l)'=\delta_{tl}W_t \qquad (4.32)$$

とする。

信号 $\boldsymbol{x}_0$, $\boldsymbol{u}_t$, $\boldsymbol{w}_t$ がすべてガウス分布に従うとき（すなわち，ガウス性のとき），観測値 $\boldsymbol{y}_0$, …, $\boldsymbol{y}_k$ を得たときの信号 $\boldsymbol{x}_t$ の最大推定量 $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ は，

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\tilde{\boldsymbol{x}}_k+P_kC'_kW_k^{-1}\{\boldsymbol{y}_k-(C_k\tilde{\boldsymbol{x}}_k+\bar{\boldsymbol{w}}_k)\} \qquad (4.33)$$

で示される。ただし，

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{x}}_k &=A_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+B_{k-1}\bar{\boldsymbol{u}}_{k-1}\\ P_k &=(M_k^{-1}+C'_k W_k^{-1}C_k)^{-1}\\ M_k &=A_{k-1}P_{k-1}A'_{k-1}+B_{k-1}U_{k-1}B'_{k-1}\end{aligned} \qquad (4.34)$$

である。

式 (4.33) および (4.34) をカルマン・フィルターという。カルマン・フィルターでは，$\tilde{\boldsymbol{x}}_k$ が観測値 $\boldsymbol{y}_k$ ($k=0, 1, 2, \cdots$) を得るごとに P_k を求めながら算出されて行くのである[37]。

この推定作業を図示すれば，図4.4のようになり，この図からその構造（特に $\boldsymbol{y}_k$ の構造と $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ の構造）が，図4.4に似ていることを知ることができよう[38]。

V　増分調整連結式

V.1　立木評価の問題点

すでに述べたように，立木の評価法には，種々のものが考案されている。それらは，それぞれ，ある特別の林齢に適したものである。立木は，一般に，伐期に近付くと，材木として，それ相当の価値をもつようになるが，幼齢期においては，木材としての価値が少ないために，上述のように，種々の評価法が提案されているのである。

評価法は，通常，林齢の小さい場合には，「投入された費用を補償する方式」が用いられ，林齢の大きい場合には，「売却による収入を補償する方式」が用いられる。いま，これらの各評価法で評価された立木価額を，それぞれ，H および H' とすれば，各評価法の特徴は，

$$H=f(C) \qquad (5.1)$$

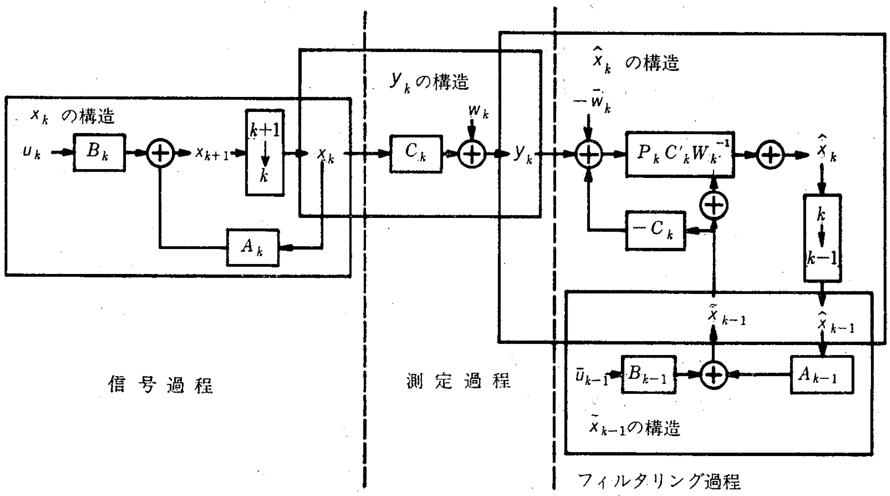
$$H'=g(R) \qquad (5.2)$$

という式によって示されるであろう。ただし，C は投入費用，R は売却による収入である。したがって，理論的には，ある任意の時点において，つねに2種類の立木価額——すなわち，式 (5.1) の H と式 (5.2) の H'——が存在し，しかも，ある時点においては，それらのうちのいずれが適当であるかということの判定すら困難となるのである。

折衷方式も，このような立木評価の困難性から提案されているといえるのである。しかしながら，折衷方式にも問題点がある。たとえば，グラーゼル式によれば，図2.2の(2)に示されているように，評価額は，必ずしも，なめらかな曲線で推移しない。すなわち，造林期間終了直後の評価額の増加傾向は，不自然に低くなっている。また，レンメル式においては，幼齢期における投入費用（造林費用）を必ずしも補償しているとはいえない。

こうした問題点があるため，さらに望ましい性質——特に，なめらかな曲線に沿った評価額の推移を与える性質，明確に評価し得る時点における評価額は，できるだけ，その評価額が採用させ得る性質——をもった折衷方式の開発が必要とされている。

37)　有本卓：前掲書，67-73頁．
38)　有本卓：前掲書，72頁に書かれた図を基礎として書かれている．



（注）$t \to t'$（$t=k\,;\,k+1,\ t'=k-1,\ k$）は時刻 t に関する値を時刻 t' の値とみなすことを示す．

図4.4　カルマン・フィルターの構造

V.2　考えられ得る立木評価法

新しい立木評価法，特に，折衷方式に属する新しい立木評価法を考案する場合，種々の考えられる立木評価法を検討しておく必要があるであろう。この検討を通じて，望ましい立木評価法の構造を模索することができると同時に，提案される新しい立木評価法がもつ特徴を，より鮮明に確認し得るからである[39]。

(1)　推定売却価格法

いま，適正伐期（第T年）において，立木の量はQ，そして，その単位量の価格はPとなり，しかも，植林してから第t年目の年末の量Q_tを

$$Q_t = Q\frac{1}{T} \tag{5.3}$$

また，単位量価格 P_t を

$$P_t = P\frac{t}{T} \tag{5.4}$$

となると仮定すれば，t 年における売却価格 R_t は，

$$\begin{aligned} R_t &= Q_t P_t \\ &= \left(Q\frac{t}{T}\right)\left(P\frac{t}{T}\right) \\ &= R\left(\frac{t}{T}\right)^2 \end{aligned} \tag{5.5}$$

となる。ただし，Rは伐期における立木から得られる総収入QPである。このとき価格は，すべて評価しようとする第m年の価格水準によるものである。式中の t にm を代入して得られる R_t の値 R_m が一種の評価額とみなし得る。したがって，

$$R_m = R\left(\frac{m}{T}\right)^2 \tag{5.6}$$

によって示される評価法が，ここにいう推定売却価格法である。

しかし，これは，立木の幼齢期における投入費用に対する補償が考慮されていないため，実用上問題がある。

(2)　3次曲線連結法

幼齢期における投入費用を考慮し，最終的な適正伐期における収入額をも考慮した評価方法として，幼齢期の投入費用と伐期における売却によって得られる収入とを3次曲線で連結し，その曲線の示す値を評価額とすることも考えられ得る。

3次曲線連結法では，まず，費用価法で得られた幼齢期の3時点 t_1，t_2，t_3（年）における評価額 H_1，H_2，H_3 および伐期T（年）における評価額 H_T を用いて，これらの点をとおる3次方程式，すなわち，

$$H_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \tag{5.7}$$

39)　ここに示すいくつかの考えられ得る立木評価法は，筆者が，林野庁に提出した論文（林野庁：前掲書（昭和53年），76-80頁）の中で論じたものである．

を求める。ただし，a_p ($p=0, 1, 2, 3$) はパラメーターである。また，このときも，評価額は，第m年のそれとする。そして，この式の t に m を代入して得られる H_t の値 H_m，すなわち，

$$H_m = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3 \qquad (5.8)$$

が第m年における評価額である。

この評価額では，一般に，曲線がどのような形態をとるかまったく不明であり，しばしば，t の小さい時期においても，高い H_t が得られる。したがって，望ましい方法とはいえない。

(3) 直線補間法

直線補間法では，何らかの方法で得られたある幼齢期の第C年の評価額 H_C と連結すべき伐期に近い第J年のそれ H_J とを単純に直線で結ぶのである。そして，この直線のt年に示す高さをt年の評価額とするのである。

したがって，第m年における評価額 H_m は，

$$H_m = H_C + (m-C)(H_J - H_C) \qquad (5.9)$$

によって示される。

この方法は，一見，簡便でよい評価法のように思えるが，この方法でおこなわれるような直線的補間がなぜ適当であるかという点が，明確でない。さらに，造林時点から第C年までの評価額とそれ以降の評価額（これは第J年まで直線的推移を示す），ならびに，第J年までの評価額とそれ以後の評価額とが図5.1に見られるように，なめらかに連結され得ない場合が生じると予想される。このような理由から，この方法も推奨できない。

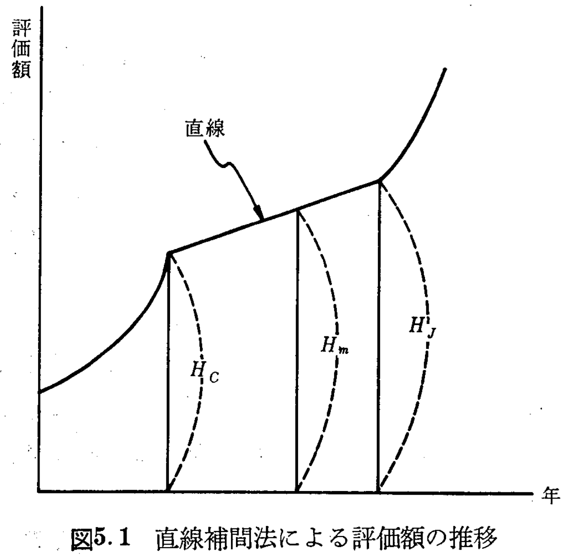


図5.1 直線補間法による評価額の推移

(4) 直線補間移動平均法

直線補間法における第C年，第J年に見られるなめらかでない部分を平滑化させるためには，何年かの移動平均法を用いることが考えられる。このように，直線補間法に移動平均法を付加した方法が，ここでいう直線補間移動平均法である。

この方法を用いる場合には，移動平均の性質上，第C年以前および第J年以後の数年間の評価額は，何らかの方法で前もって算出したそれらの年の評価額に一致しなくなる。たとえ，それらのことが問題とされなくとも，直線による評価額の補間の意味が明確化され得ないかぎり，この方法を用いることが困難である。

V.3 新たに提案される方法，増分調整連結法

ここでは，I，IIおよびIIIにおける従来提案されて来た評価方式の検討，IVにおける系列の推定，補間，あるいは修正法の考察，そして，V.1およびV.2の考えられ得る立木評価法の特徴の検討を基礎として考案された，新たな立木評価方式の提案を試みる。その方式が，増分調整連結法である（この方法で用いられる式が，増分調整連結式である）。

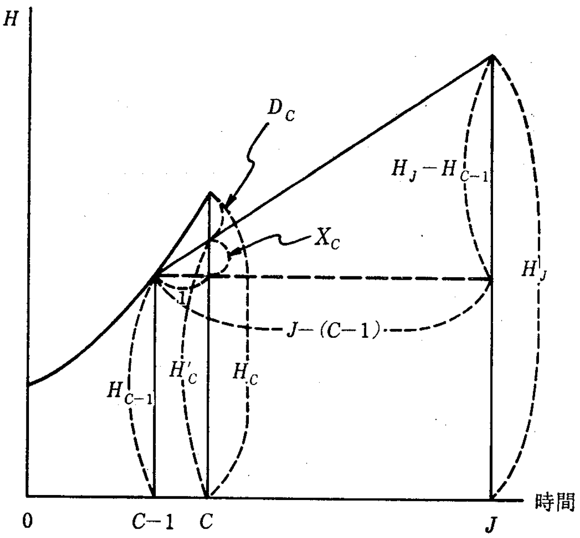
この方法では，幼齢期における立木の評価に対しては原価方式を，また，適正伐期ならびにこれに近い期間については，比較方式等を適用して評価額を算出し，その中間をなめらかな曲線——しかも，ある程度実質的な意味のある曲線——で連結させる方法である。

この評価方法による立木評価額の算出は，つぎのような増分調整連結式によっておこなわれる（なお，この評価法の得られた根拠についても，以下に明記する）。

まず，

$$H_C = H_{C-1} + (1+d_C)\frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} \qquad (5.10)$$

によって，d_C という比率を求める。ただし，C は，原価方式による評価法の適用される最後の



(注)　長さ X_C は，三角形の性質により

$$\frac{X_C}{1}=\frac{H_J-H_{C-1}}{J-(C-1)}$$

となり，したがって，

$$X_C=\frac{H_J-H_{C-1}}{J-(C-1)}$$

となる.

図5.2　D_C の位置とその大きさ

年，Jは，伐期，または，それに近いある年(この年に，曲線の一端が連結される)，そして，Hは評価額である。H_C, H_J を図示すれば，図5.2のように示される。

この d_C（これを補整係数と名づける）を用いて，

$$H_{C+1}=H_C=\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+1)}{J-C}\right\}\right]\frac{H_J-H_C}{J-C} \quad (5.11.1)$$

$$H_{C+2}=H_{C+1}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+2)}{J-C}\right\}\right]$$

$$\frac{H_J-H_{C+1}}{J-(C+1)} \quad (5.11.2)$$

$$H_{C+3}=H_{C+2}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+3)}{J-C}\right\}\right]$$

$$\frac{H_J-H_{C-2}}{J-(C+2)} \quad (5.11.3)$$

$$\vdots$$

$$H_{C+i}=H_{C+i-1}+\left[\mathbf{1}+d_C\left\{\frac{J-(C+i)}{J-C}\right\}\right]$$

$$\frac{H_J-H_{C+i-1}}{J-(C+i-1)} \quad (5.11.i)$$

$$\vdots$$

$$H_J=H_{J-1}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+i)}{J-C}\right\}\right]$$

$$\frac{H_J-H_{J-1}}{J-(J-1)} \quad (5.11.J)$$

ここで，既知数は，C, J, H_C, H_{C-1} および H_J である。

上記の式は，以下のような根拠でつくられた式である。

いま，得られている評価額(H)は，H_1, H_2, …, H_{C-1}, H_C および，H_J, H_{J+1}, H_{J+2}, …, H_U とする。目的は，これら以外の，知られていない H_{C+1}, H_{C+2}, …, H_{J-1} を算出すること，しかも，…H_{C-1}, H_C, H_{C+1}, … ならびに，…H_{J-1}, H_J, H_{J+1}, …が，なめらかな曲線状に変化するような，H_{C+1}, H_{C+2}, …, H_{J-1} を算出することである。

このような未知の評価額Hを得るために，まず，第$C-1$年の評価額 H_{C-1}（既知）と第J年のそれ H_J（既知）とを直線で結ぶ。そのとき，この直線から得られるC年の理論的評価額はH'_Cとなる。H_C と H'_C との間には，図5.2に示されるように，差が現われる。この差を D_C とする。ここでは，第C年における望ましい評価額（すなわち，H_C）と直線によるこの年の理論的評価額との間の差異と同種の差異は，第$C+1$年，$C+2$年，…，$C+i$ 年においても現われるであろうと仮定する。そして，さらに，年が経過するにつれて，この種の差が次第に小さくなり，最後に第J年に達したとき，それは消滅すると仮定する。このような仮定をおくと，H_C や H_J を変化させることなく，しかも，H_C 付近の評価額の変化速度を急速に変えることなく，これらをなめらかに連絡する曲線上に落ちる望ましい評価額 H_{C+i} ($i=1, 2, \cdots, J-(C-1)$) を得ることができるであろう。

いま，H'_Cを式で書けば，前提により，

$$H'_C=H_{C-1}+\frac{H_J-H_{C-1}}{J-(C-1)} \quad (5.12)$$

となる。この式の右辺の第2の項の値は，図5.2およびその（注）に説明されている X_C である。

H_C と H'_C との差 D_C は，

$$D_C=H_C-H'_C \quad (5.13)$$

であるから，H_C を

$$H_C = H'_C + D_C \qquad (5.14)$$

という形で表現できる。式 (5.14) に式 (5.12) を代入すれば，

$$H_C = H_{C-1} + \frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} + D_C \qquad (5.15)$$

を得る。ここで，D_C の大きさを $(H_J - H_{C-1})/\{J-(C-1)\}$ を単位として測定し，その測定値を d_C とすれば，

$$d_C = \frac{D_C}{\dfrac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)}} \qquad (5.16)$$

となる。これが，補正係数である。したがって，

$$D_C = d_C \frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} \qquad (5.17)$$

である。これを式 (5.15) に代入すれば，

$$H_C = H_{C-1} + \frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} + d_C \frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} \qquad (5.18)$$

すなわち，

$$H_C = H_{C-1} + (1+d_C)\frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)} \qquad (5.19)$$

が得られる。

式 (5.19) が，増分調整連結式の基本的な式である。この式は，H_C と H_{C-1}，いいかえれば，第 C 年とその 1 年前の第 $(C-1)$ 年との間の関係を明示したものとみなすことができる。いま，H_{C+1} もその 1 年前と同様の関係で結びつけられ，一般に，H_{C+i} もまた，その 1 年前と同様の関係で結びつけられていると仮定すれば，

$$H_{C+1} = H_C + (1+d_{C+1})\frac{H_J - H_C}{J-C} \qquad (5.20.1)$$

一般に，

$$H_{C+i} = H_{C+i-1} + (1+d_{C+i})\frac{H_J - H_{C+i-1}}{J-(C+i-1)}$$

$$(i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ J-C) \qquad (5.20.2)$$

という式が得られる。ここで，第 $(C+i)$ 年の補正係数 d_{C+i} が，i の増加につれて次第に小さくなり，第 J 年のそれ d_J が 0 となるように決めることにする。これは，J 年における望ましい評価額 H_J と直線によって得られる H'_J との差 D_J が 0 となることを意味する。

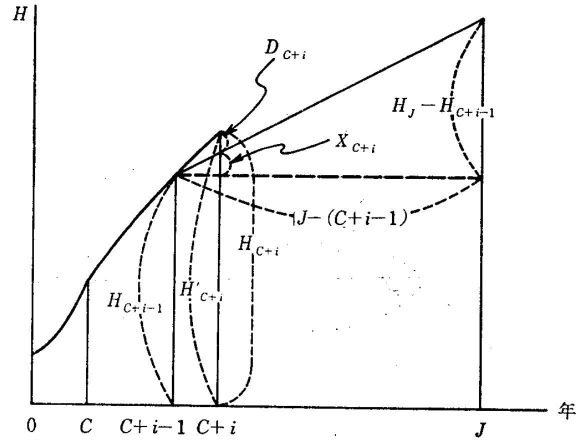


図5.3 D_{C+i} および H_{C+i} の位置とその大きさ

図 5.3 は，D_{C+i} および H_{C+i} を示した図であるが，この図における X_{C+i} が $(H_J - H_{C+i-1})/\{J-(C+i-1)\}$ であり，これに d_{C+i} を乗じたものが D_{C+i} である。

d_{C+i} として，

$$d_{C+i} = d_C\left\{\frac{J-(C-i)}{J-C}\right\} \qquad (5.21)$$

を用いれば，

$$d_C = d_C\left(\frac{J-C}{J-C}\right)(=d_C) \qquad (5.22.0)$$

$$d_{C+1} = d_C\left\{\frac{J-(C+1)}{J-C}\right\} \qquad (5.22.1)$$

$$d_{C+2} = d_C\left\{\frac{J-(C+2)}{J-C}\right\} \qquad (5.22.2)$$

$$d_{C+3} = d_C\left\{\frac{J-(C+3)}{J-C}\right\} \qquad (5.22.3)$$

$$\vdots$$

$$d_{C+i} = d_C\left\{\frac{J-(C+i)}{J-C}\right\} \qquad (5.22.i)$$

$$\vdots$$

$$d_J = d_C\left\{\frac{J-J}{J-C}\right\}(=0) \qquad (5.22.J)$$

となる。この d_{C+i} $(i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ J-C)$ を式 (5.20.2) に代入し，H_C から H_J までの値を求めれば，

$$H_C = H_{C-1} + \left[1 + d_C\left(\frac{J-C}{J-C}\right)\right]\frac{H_J - H_{C-1}}{J-(C-1)}$$

$$= H_C \qquad (5.23.0)$$

$$H_{C+1} = H_C + \left[1 + d_C\left\{\frac{J-(C+1)}{J-C}\right\}\right]\frac{H_J - H_C}{J-C} \qquad (5.23.1)$$

$$H_{C+2}=H_{C+1}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+2)}{J-C}\right\}\right]\frac{H_J-H_{C+1}}{J-(C+1)} \qquad (5.23.2)$$

$$H_{C+3}=H_{C+2}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+3)}{J-C}\right\}\right]\frac{H_J-H_{C+2}}{J-(C+2)} \qquad (5.23.3)$$

$$\vdots$$

$$H_{C+i}=H_{C+i-1}+\left[1+d_C\left\{\frac{J-(C+i)}{J-C}\right\}\right]\frac{H_J-H_{C+i-1}}{J-(C+i-1)} \qquad (5.23.i)$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned}H_J&=H_{J-1}+\left[1+d_C\left(\frac{J-J}{J-C}\right)\right]\frac{H_J-H_{J-1}}{J-(J-1)}\\&=H_{J-1}+H_J-H_{J-1}\\&=H_J\end{aligned} \qquad (5.23.J)$$

が得られる。ただし，ここでも，すべての評価額は，立木を評価しようとする年（m年）の価格水準で測定されるものとする。

そして，m年（$C\leqq m\leqq J$）のときの立木の評価額は，$C+i=m$ となるような $C+i$ をもつ上記の H_{C+i} の値となる。

いま，増分調整連結法の計算手続を図示してみると，図5.4のようになる。H_{C+i+1} を算出する場合には(この図の主要部分には H_{C+i} の算出法が書かれている)，算出された H_{C+i} を H_{C+i-1} とみなすことによって，H_{C+i} を算出する手順と同じ手順で計算するのであるが，図の右下に

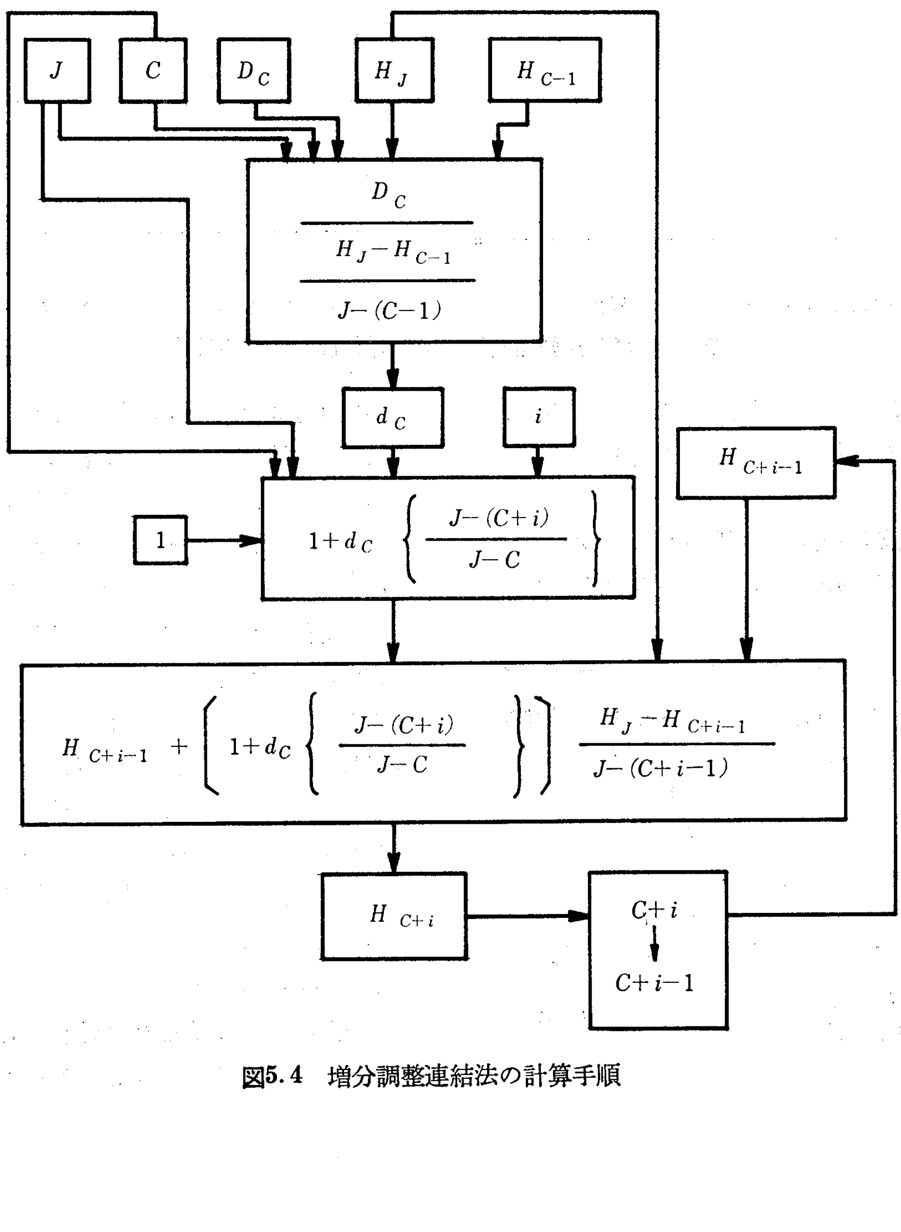


図5.4　増分調整連結法の計算手順

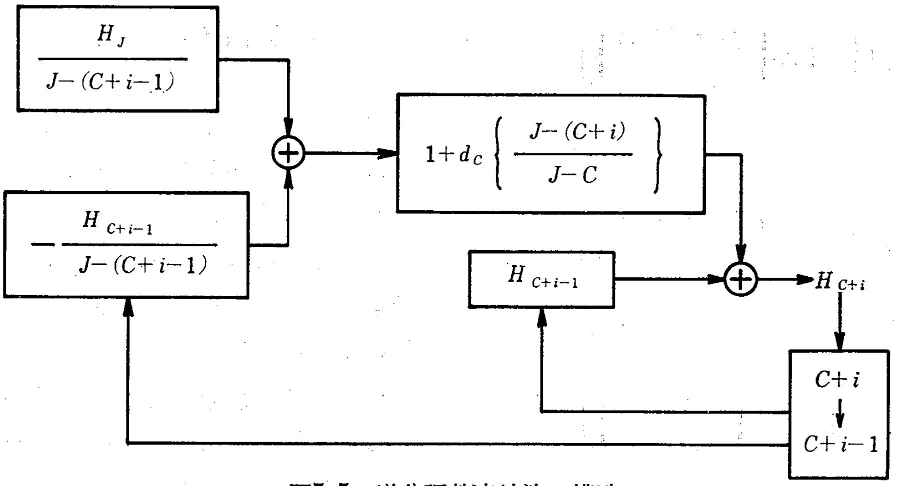
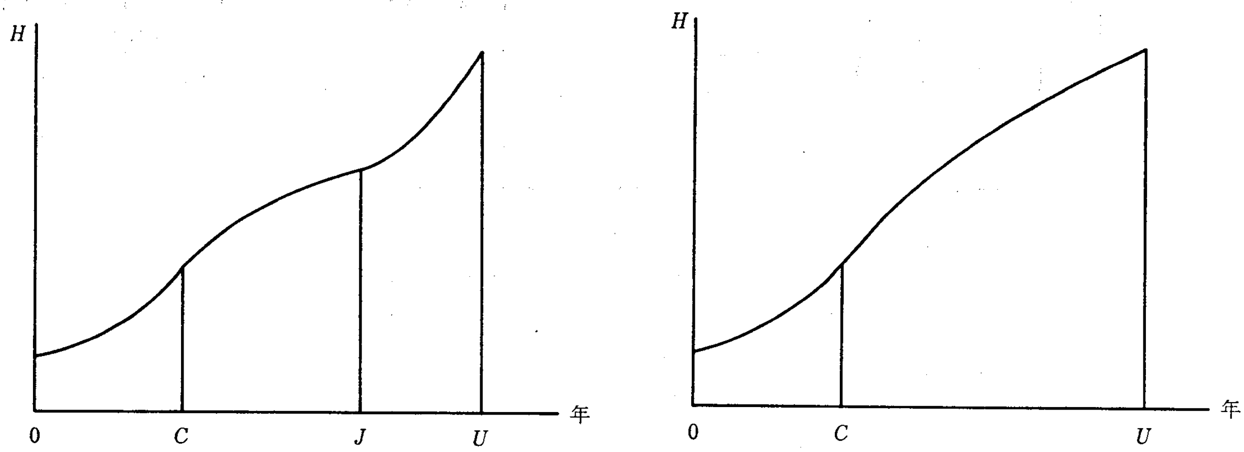


図5.5 増分調整連結法の構造



(1) H_1-H_C および H_J の知られている場合　　(2) H_1-H_U および H_U の知られている場合

図5.6 増分調整連結法による評価額の年次的推移

ある $H_{C+i}\to H_{C+i-1}$ という記号は，その際におこなう H_{C+i} を H_{C+i-1} とみなす行為を示したものである。

また，増分調整連結式の構造をカルマン・フィルターの説明の際に用いたような図を用いて示せば，図5.5のようになる。

もし，H_J のような値がないとき，H_J のかわりに H_U，すなわち，U 年（伐期）の評価額を用いる。このとき H_C は，

$$H_C=H_{C-1}+(1+d_C)\frac{H_U-H_{C-1}}{U-(C-1)} \quad (5.24)$$

となり，H_{C+i} ($i=0, 1, 2, \cdots, U-C$) は，

$$H_{C+i}=H_{C+i-1}+\left[1+d_C\left\{\frac{U-(C+i)}{U-C}\right\}\right]\frac{H_J-H_{C+i-1}}{J-(C+i-1)} \quad (5.25)$$

となる。

式(5.23.0)-(5.23.J)，あるいは，式(5.25)によって算出された H_{+Ci} は，ほぼ，図5.6に示されるような形で，時間的に推移して行くであろう（なお，一般に，H_J あるいは H_U が H_{C-1} よりもつねに大であるとはいえない。前者が後者よりも小さいときには，別途，後述の方法を用いる）。

実際に，この方式で H_{C+i} ($i=0,1,2,\cdots,J-C$) を算出してみると，連結時点 J において，H_{C+i} の曲線と連結されるべき曲線とが不自然な形（なめらかでない形）で連結される場合が起る（これに対して，この方式の構造上，時点 C においては，このような不自然な連結はまったく現われない）。

上述のような不自然な連結の起ることを防ぐために，つぎのような追加的計算をおこなう。

すなわち，時点Jを中心として，その前後の k 年間（たとえば，2年間）の評価額 H_p $(p=J-k,\ J-k+1,\ J-k+2,\ \cdots,\ J-1,\ J,\ J+1,\ \cdots,\ J+k)$ を $(2k+1)$ 年の移動平均によって修正するのである。いま，この期間のある年，p年の最終的評価額を $H_p{}^*$ とすれば，

$$H_p{}^*=\frac{1}{2k+1}(H_{p-k}+H_{p-k+1}+\cdots+H_p+H_{p+1}+\cdots+H_{p+k}) \qquad (5.26)$$

によって算出される。

また，この修正法によると，$H_J{}^*$ が H_J に一致しなくなる可能性が生じるので，この不一致を防止するために，以下に示すような第 $J-1$ 年の評価額のみを修正する方法をとることも考えられる。

まず，第$J-1$年の暫定的評価額 H'_{J-1} を，

$$H'_{J-1}=H_J-(H_{J+1}+H_J) \qquad (5.27)$$

によって求める（前提によって，H_{J+1} は既知である）。ついで，第 $J-1$ 年の最終的評価額 H^*_{J-1} を，

$$H^*_{J-1}=\frac{1}{3}(H_{J-2}+H'_{J-1}+H_J) \qquad (5.28)$$

によって決定する。ただし，H_{J-2} は，式 (5.23.i) の $i=J-2$ とした式によって算出した第$J-2$年の評価額である。なお，この場合には，式 (5.23.i) によって算出された H_{J-1} 以外の評価額は，そのまま用いることとする。

H_J あるいは H_U が H_{C-1} 以下のときには，つぎのような方法によって第C年から第J年，または，第U年までの H_{C+i} を算出すべきであろう。

まず，H_J が H_{C-1} 以下のときの評価額の決定方法を述べよう。この場合には，はじめ，第$C+1$年と第$J-1$年の仮の評価額 H'_{C+1}，H'_{J-1} を，

$$H'_{C+1}=H_C+(H_C-H_{C-1}) \qquad (5.29.1)$$

$$H'_{J-1}=H_J+(H_{J+1}-H_J) \qquad (5.29.2)$$

とする。ついで，H'_{C+1} と H'_{J-1} とを直線で連結し，第$C+i$年の暫定的評価額の H'_{C+i} を見いだす。このとき，

$$H'_{C+i}=H'_{C+1}-\frac{H'_{C+1}-H'_{J-1}}{J-(C+1)-1}\{C+i-(C+1)\}$$

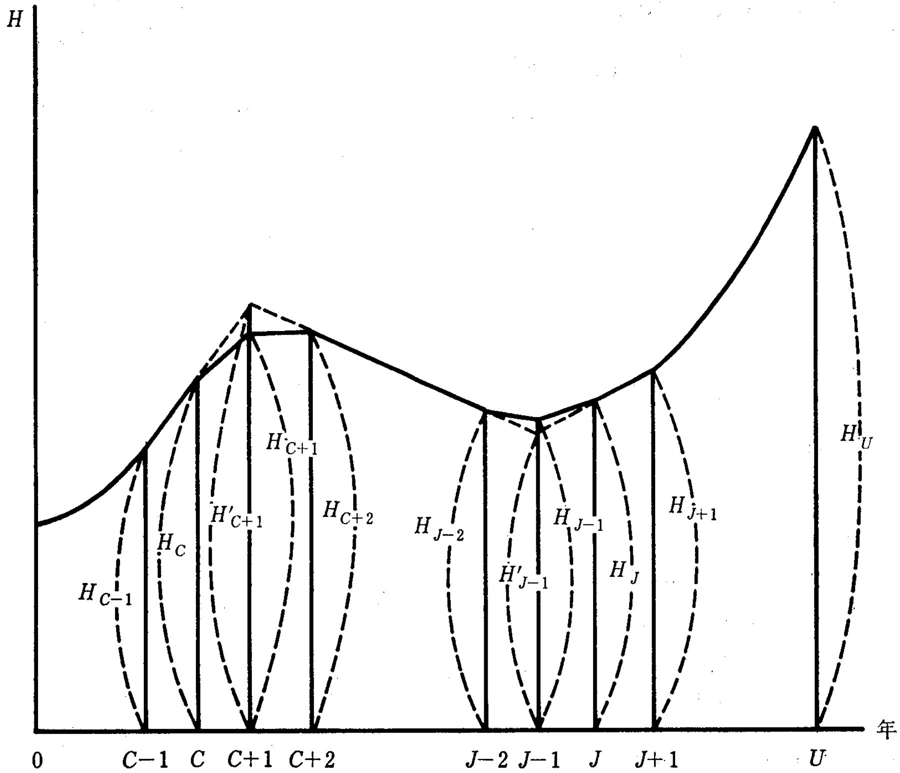


図5.7　$H_J \leqq H_{C-1}$ の場合における評価額の推移

$$=H'_{C+1}-\frac{H'_{C+1}-H_{J-1}}{J-C-2}(i-1)$$

$$(i=1, 2, \cdots, J-C) \qquad (5.30)$$

とする。そして，第 $C+1$ 年および第 $J-1$ 年の最終的評価額 H_{C+1}, H_{J-1} を，

$$H_{C+1}=\frac{1}{3}(H_C+H'_{C+1}+H'_{C+2}) \qquad (5.31.1)$$

$$H_{J-1}=\frac{1}{3}(H'_{J-2}+H'_{J-1}+H_J) \qquad (5.31.J-C-1)$$

によって求める。そして，第 $C+2$ 年から第 $J-2$ 年までの最終的評価額，$H_{C+2}, \cdots, H_{J-2}$ を，

$$H_{C+2}=H'_{C+2} \qquad (5.33.2)$$

$$H_{C+3}=H'_{C+3} \qquad (5.33.3)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$H_{J-2}=H'_{J-2} \qquad (5.33.J-C-2)$$

とする。

すなわち，H_{C+1} および H_{J-1} を移動平均の平滑化によって求めるのである。図5.7は，$H_J \leqq H_{C-1}$ の場合の評価額の年次的推移である。

H_J が H_U のときは，

$$H_{C+1}=\frac{1}{3}(H_C+H'_{C+1}+H'_{C+2}) \qquad (5.34.1)$$

$$H_{C+2}=H'_{C+2} \qquad (5.34.2)$$

$$H_{C+3}=H'_{C+3} \qquad (5.34.3)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$H_{U-2}=H'_{U-2} \qquad (5.34.J-C-2)$$

$$H_{U-1}=H'_{U-1} \qquad (5.34.J-C-1)$$

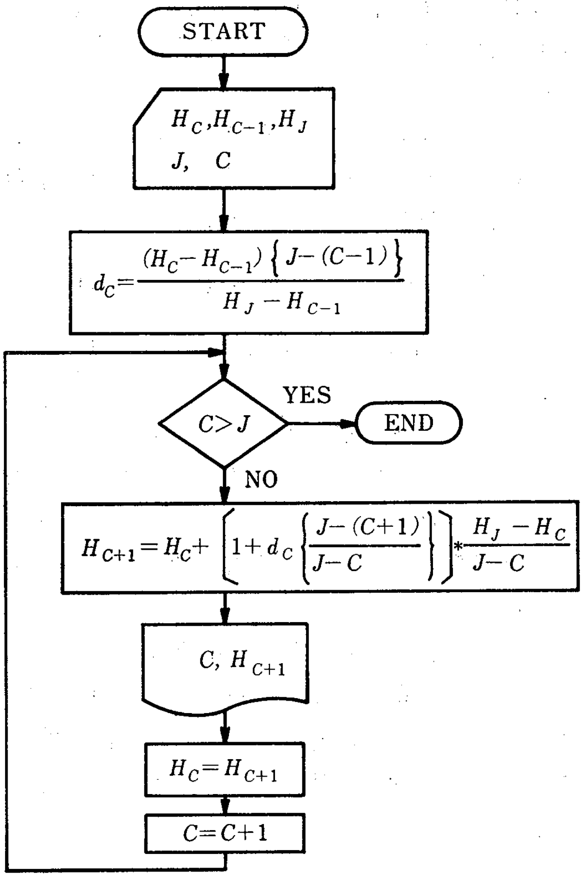
$$H_U=H'_U \qquad (5.34.J-C)$$

とする。

すなわち，ここでは，H_{J-1} の平滑化は不必要になるので，H_{C+1} のみを移動平均の平滑化によって求めるのである。

$H_J \leqq H_{C-1}$，あるいは，$H_U \leqq H_{C-1}$ の場合，H'_{C+1} と H'_{J-1}，あるいは，H'_{C+1} と H_U とを直線で連結して暫定的評価額を得た理由は，これらの点を連結する曲線を特別に決定することが困難であるという点にある[40]。

40) V.3の主要な部分は，筆者が，林野庁に提出した論文（林野庁：前掲書（昭和53年），80-91頁）を基礎として書いたものである。



（注） このフローチャートの作成においては白井彰氏の協力を得た．

図5.8 コンピューターによる増分調整連結法の H_{C+i-1} の算出のためのフローチャート

V.4 増分調整連結式による評価額の試算

増分調整連結式をもちいて立木の評価額を算出する場合，筆算によって結果を得ることができるが，やや複雑であるので，コンピューターを用いることが望ましい。

コンピューターによる計算の際のフロー・チャートは，図5.8のようになる。また，この計算のためのプログラムは，図5.9のようになる[41]。

多くの種類の条件の下に，コンピューターによる増分調整連結式を用いた評価額の算出を試みたが，いずれの場合も，予期されたような結果が得られた。

図5.10および図5.11は，グラーゼル式，および増分調整連結式（鈴木式）を用いて算出した

41) このプログラム作成においては，白井彰氏の協力を得た．

```
      DIMENSION D1(12),D2(12)
      NC1=0
      NP=0
 8000 CONTINUE
      READ(5,500,END=9000) HC,HC1,HJ,A1,C
  500 FORMAT(F4.0,F4.0,F6.0,2F2.0)
      NP=NP+1
      WRITE(6,680) HC,HC1,HJ,A1,C
     *   ,NP
  680 FORMAT(1H1,'HC=',F5.0,2X,'HC-1=',F5.0,2X
     *'J=',F3.0,2X,'C=',F3.0,
     *20X,4HPAGE,I5)
      WRITE(6,681)
  681 FORMAT(1H0)
C
      N=0
      N2=0
      AJC=A1-C
      B1=HC-HC1
      B2=A1-(C-1.0)
      B3=HJ-HC1
      DC=B1*B2/B3-1.0
      IF(DC.LT.0.0) GO TO 7000
  800 CONTINUE
      IF(C.GE.A1) GO TO 900
      N=N+1
      N2=N2+1
      C1=1.0+DC*(A1-(C+1.0))/AJC
      C2=(HJ-HC)/(A1-C)
      HC2=HC+C1*C2
      D1(N)=C
      D2(N)=HC2
      IF(N.LE.11) GO TO 700
CP
      WRITE(6,660) (D1(I),I=1,12)
  660 FORMAT(1H0,'NENDO(C) '12F9.0)
      WRITE(6,661) (D2(I),I=1,12)
  661 FORMAT(1H ,'RYUBOKUKA(HC)',12F9.2)
      WRITE(6,662)
  662 FORMAT(1H ,'(1000 YEN)')
      N=0
  700 CONTINUE
      HC=HC2
      C=C+1.0
      GO TO 800
  900 CONTINUE
      IF(N.EQ.0) GO TO 950
      WRITE(6,600) (D1(I),I=1,N)
      WRITE(6,661) (D2(I),I=1,N)
      WRITE(6,662)
  950 CONTINUE
      NC1=NC1+1
      WRITE(6,601) N2
  601 FORMAT(1H0,'CASE 1 = ',I5)
      GO TO 8000
 9000 CONTINUE
      WRITE(6,600) NC1
  600 FORMAT(1H0,'SAMPLE =',I5)
 7000 STOP
      END
```

図5.9　増分調整連結法による立木評価額の算出のためのプログラム

実例を示したものである。ここでは，

H_1 ＝ 500千円（初年度造林費）

H_C ＝1,500千円

H_{C-1}＝1,300千円

と仮定し，H_J が 4,200千円の場合と，6,100千円の場合とが示されている。なお，この試算においては，H_J 以後の評価額は仮定しなかったので，H_J 以後の評価額との連結状態は示されていない。しかし，これらの図から，増分調整連結式によれば，評価額は H_C の付近でなめらかな曲線上に現われることが明確に知られるであろう。

V.5　直線補間法の再検討

V.4においては，増分調整連結式が，かなり理想的な結果を与えるような事例を挙げたのであるが，増分調整連結式が，つねに，理想的な評価額を与えるということはあり得ないといえよう。

増分調整連結式による第 C 年以後の評価額の推移は，この方式の性質上，H_{C-1} と H_C との差 $\varDelta H_C$ によって大きく影響を受ける。したがって，この差自身が，不適当な大きさをもつときには，やはり，この方法によっても理想的な評価額を得ることができないのである。たとえば，上記の差 $\varDelta H_C$ が非常に大きいときは，D_C が大きくなり，したがって，d_C も大きい値を示し，評価額は，第 C 年付近で不適当に大きな増加を示す場合があるであろう。

これに対して，$\varDelta H_C$ が D_C を0にする大きさであるとき，式(5.23.i)は，

$$H_{C+i}=H_{C+i-1}+\frac{H_J-H_{C+i-1}}{J-(C+i-1)} \qquad (5.35)$$

となる。そして，このとき，$(H_J-H_{C+i-1})/\{J-(C+i-1)\}$ は，ある一定の値 $K(=(H_J-H_{C-1})/\{J-(C-1)\}=(H_J-H_C)/(J-C))$ であり，

$$H_{C+i}=H_{C+i-1}+K \qquad (5.36)$$

となり，評価額は，H_{C-1} と H_J とを結ぶ直線上に並ぶ。

したがって，もしも $\varDelta H_C$ が D_C を0に近い値にする大きさであれば，評価額は，直線的に推移するといえるのである。V.2の(4)において，直線補間移動平均法は，直線による評価額の補間の意味が明確化され得ないかぎり用いられ得ないと述べたが，ここでは，評価額が直線的になる理由——$\varDelta H_C$ が D_C を0にする値であることがその理由である——を示し得るのである。ところで，問題は，上述の $\varDelta H_C$ が D_C を0にする値から不適当に離れた値を示すことによって評価額の推移が不自然と思われる形態になる場

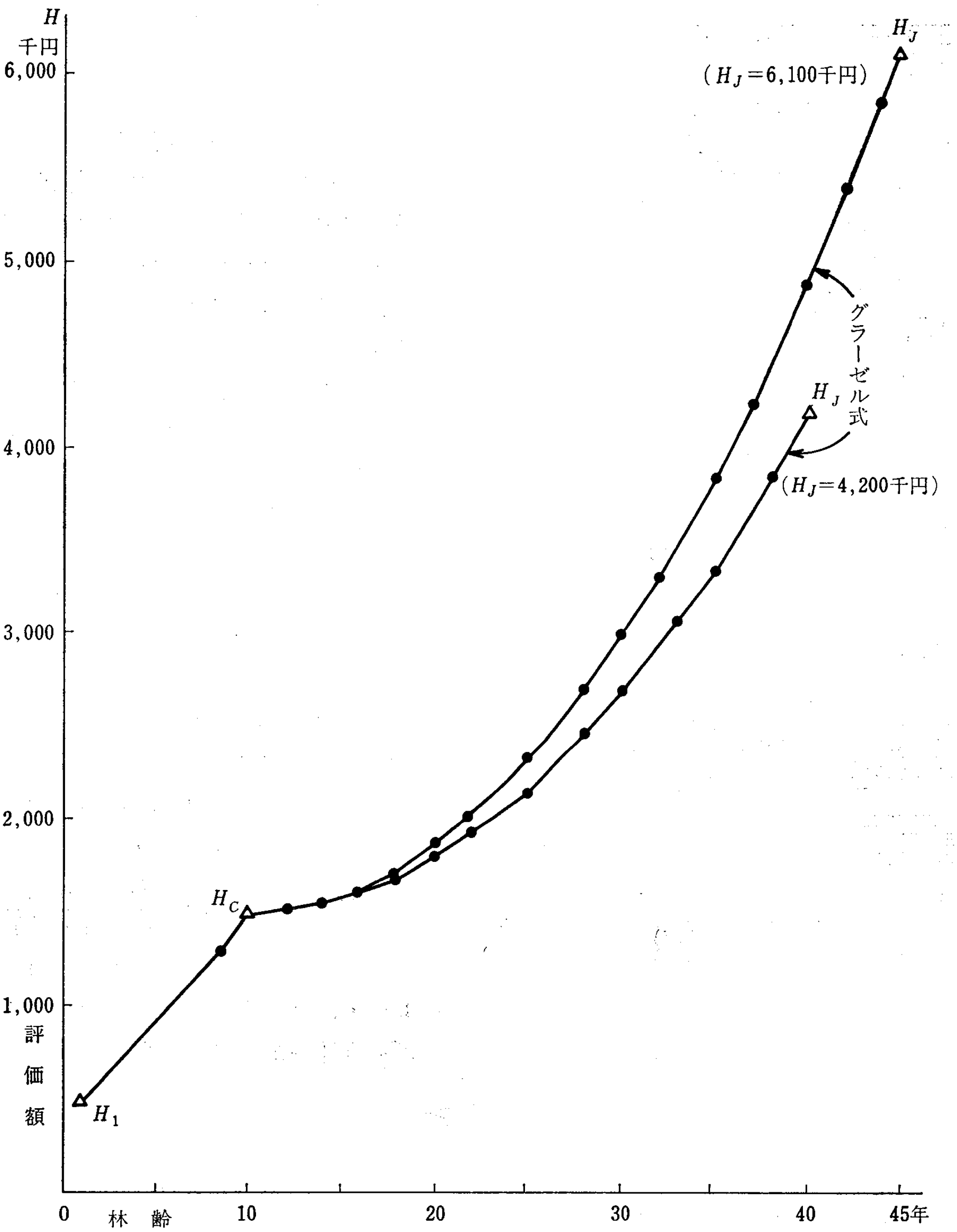


図5.10　グラーゼル式による評価額の推移

合，どのような評価額を与えるかということである。

このような場合には，評価額の推移を理論的に決定する基礎が存在しないため，すべて，式(5.29.1) から式 (5.34.$J-C$) までの式によって示される方法によって評価額を決定すべきであろう。この方法は，増分調整連結式というよりも，むしろ，直線補間法——ただし，ここでも，やはり，H'_{C+1} および H'_{J-1} を算出するとき，$H_C - H_{C-1}$，$H_{J+1} - H_J$ という増分を用いている——と名づけられるべきものであろう。

VI 結　　語

IIにおいて考察したように，従来，立木の評価法には多くの方式が考案されてきた。ここでは，まず，それらの内容を検討し，立木の評価法における問題点を明らかにした。

ついで，種々の考えられ得る新しい評価法を述べ，それらの特性を指摘して，望ましい評価法の構造のもつべき性質を示唆した。

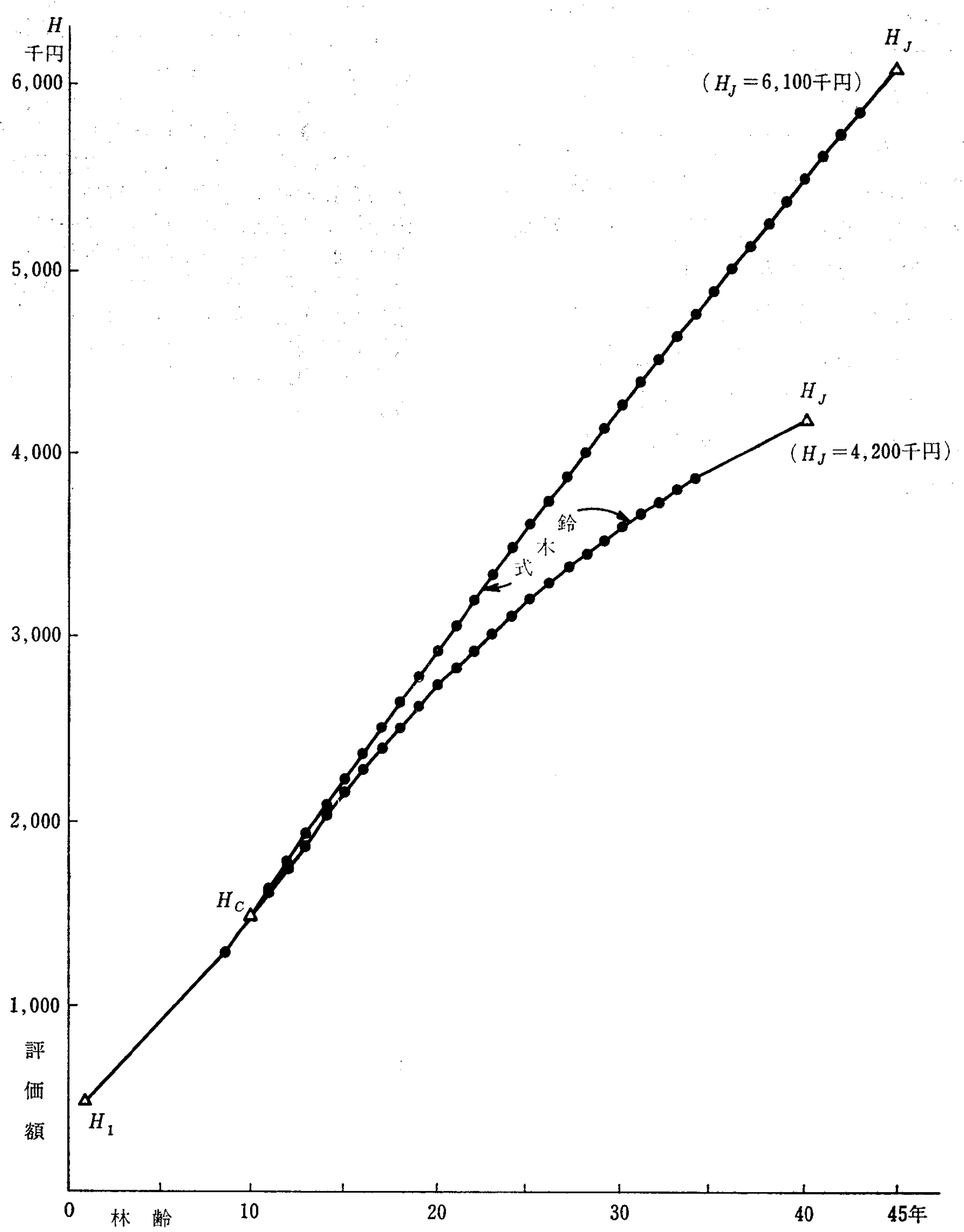


図5.11　増分調整連結式による評価額の推移

第3に，立木の評価法が，一種の数値によって構成される系列の推定，補間，あるいは修正法であるとみなすことができると考え，各種の系列の推定，補間あるいは修正法について検討をおこなった。

これらの検討を基礎として，増分調整連結式という新しい立木評価法を案出した。この方法を考案する場合，ある時点 k における観測値 y_k を求めながら，その時点の信号 x_k の推定値を得て行くという特徴をもったカルマン・フィルターから重要な示唆を得た。すなわち，増分調整連結式では，すべての時点の評価額を一時に得るのではなく時点 $k-1$ の評価額 H_{k-1} を求めながら，時点 k の評価額 H_k を求めて行くという方法がとられているが，これは，カルマン・フィルターの考え方をとり入れたものである。

また，移動平均による時系列の推定方法も，増分調整連結式の中にとり入れられている。

Ⅴに示したように，増分調整連結式は，かな

り理想的ななめらかな曲線で示される時間的推移を示す評価額を与える。これが，理想的な評価額を与える場合は，d_C が 0 に近い場合のように思われる。d_C が不適当に大きいため，評価額の不自然な推移の現われる場合を考慮して，V. 5 において，筆者が立木評価のために用意した直線補間法についても論じた。

この小論において，筆者は，上述のように，増分調整連結式を中心として，立木評価の方法についてやや詳細な検討をおこなったのであるが，これが，今後，この種の研究の参考になれば幸いである。

≪追記≫　この研究をおこなう際，これまで開発されて来た種々の森林評価方法や関係文献に関する貴重な知識を与えられた，立正大学の福岡克也教授，林野庁の末満宗治氏，討議を通じて，この研究に対し重要な意見を述べられた鳥取大学の栗村哲象教授，この研究の推進のために種々の便宜を与えられた社団法人日本林業技術協会理事島俊雄氏，同協会主任研究員須藤正氏，コンピューターによる試算に際し協力された同協会技術開発部課長代理の白井彰氏，ならびに，研究の途上において，筆者が個人的に対話の機会をもった際，貴重な意見を述べられた株式会社日立製作所，コンピューター事業本部，教育センター部の山本英男氏に対し，深く感謝の意を表する。