

共同輸送ネットワーク設計問題に対する Lagrange 緩和法

片山 直登

1 はじめに

近年、サプライチェーンマネジメントが進展する中、コンビニエンスストアやスーパーをはじめ様々な業界で物流のアウトソーシングや共同化の取組みが行われ始めている。このような状況の中で、共同輸送のための物流ネットワークの構築は最も重要な課題の一つとなってきた。

共同輸送ネットワークを設計するための数理計画モデルは、Less – Than – Truckload (LTL) 問題とよばれ、数多くの研究が行われている。Powell – Sheffi^{7), 8)}, Powell⁵⁾はアド・ドロップ型のヒューリスティック解法を示している。Crainic – Roy¹⁾は集合被覆問題を用いた定式化と解法を示し、Crainic – Roy²⁾は LTL 問題のレビューを行っている。Roy – Delorme¹⁰⁾は NETPLAN とよぶモデルと事例分析を示し、Roy – Crainic⁹⁾は事例を用いた解説を行っている。Powell – Koskosidis⁶⁾は、勾配を用いたローカルサーチ法と最低便数制約に対する Lagrange 緩和法を提案している。また、Hoppe – Klampe – McZeal – Rich³⁾は、容量制約のないネットワークデザイン問題のラベリング法とアド・ドロップ型のヒューリスティック解法を組合せた解法を開発している。

一般的に共同輸送ネットワーク設計問題は混合整数計画問題となり、大規模な問題に対して最適解を求めるためには分枝限定法などの解法が用いられることがある。この分枝限定法を行うためには、目的関数値の良い下界値が必要となる。また、近似解法を用いる場合には、下界値を用いることによって、解の誤差の上限、すなわち近似値と最適値との差の上限を定めることができる。この下界値は、緩和問題を解くことによって求めることができる。一方、Lagrange 緩和解を初期解として実行可能解を探索する Lagrange ヒューリスティック法を用いると、緩和解から近似解を探索することが可能である。

本研究では、共同輸送ネットワーク設計問題に対する基本的なモデルを提示し、この問題に対してフロー保存制約を Lagrange 緩和した緩和問題を示す。さらに、この緩和問題に対する解法を提案する。

2 共同輸送ネットワーク設計問題

モデルの対象をどこまでとするかによって、様々なモデルを構築することができる。一般的に、共同輸送ネットワーク設計問題は次のような問題から構成されている。

- 1) 共同輸送路線設計
- 2) 直送路線設計
- 3) 貨物輸送経路設計
- 4) 空トラック回送路線設計

共同輸送路線は共同輸送を行うターミナル間の路線であり、この設計問題は積み替えターミナルの設定、積み替えターミナル間の路線・便数の設定、積み替えターミナル一発着地ターミナル間の路線・便数の設定を含んでいる。輸送量が多い場合には共同輸送ではなく、直接、発着地のターミナル間を輸送することになる。この場合には、積み替えない直送便を設定することになり、この直送路線とその便数の設計が必要となる。一方、貨物輸送経路は発地ターミナルから積み替えターミナルを経由して着地ターミナルに至る貨物の輸送経路であり、この設計問題はその輸送経路を計画する問題である。空トラック回送はトラック数の均衡を図るために、空のトラックを回送するものであり、この設計問題はその回送路線とその便数を計画するものである。

考慮すべき費用としては、次のようなものが挙げられる。

- 1) 共同輸送費用
- 2) 直送費用
- 3) 積み替えターミナルにおける処理費用
- 4) 空トラック回送費用

また、満たさなければならない制約として、次のようなものが挙げられる。

- 1) 共同輸送路線の最低便数制約
- 2) 同一着地貨物の木制約
- 3) 積み替えターミナルの処理能力制約
- 4) 積み替え回数制約
- 5) 発地・着地ターミナル間の輸送時間制約

本研究では、上記の制約の他にネットワークの連結条件を設定する。すべてのターミナルで貨物が発着するのであれば、この仮定は妥当である。

共同輸送を行う場合には、そのサービスレベルを維持するために、単位期間当たりの路線の最低便数を設定することが必要となる。また、着地が同一である貨物は、輸送経路

上のターミナルでは同一のターミナル宛てに輸送されるのが一般的であり、本制約はこの条件を表している。

これらの問題や条件の内、本研究では共同輸送路線設計と貨物輸送経路設計を扱い、路線の最低便数、本条件および連結条件を制約とし、共同輸送費用を最小にする共同輸送ネットワークを設計する問題を対象として分析を行う。対象とする共同輸送ネットワークの概念図を図 1 に示す。

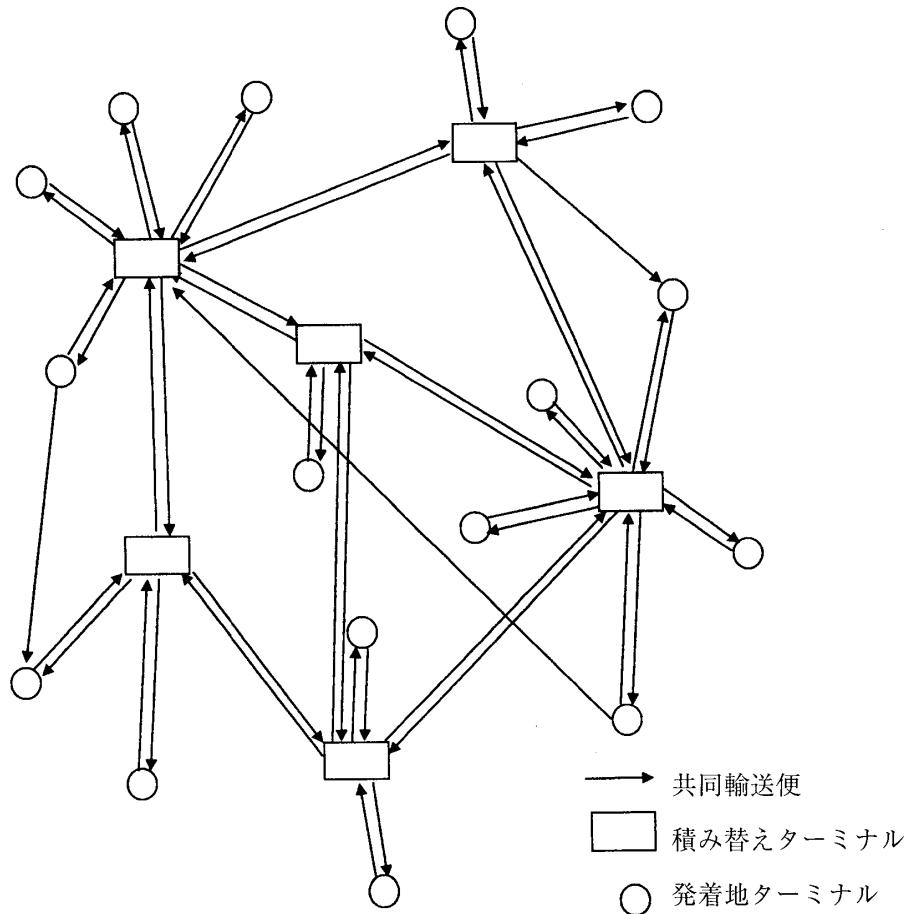


図1 共同輸送ネットワーク

3 定式化

輸送貨物の発地、着地や積み替えターミナルを表すノード集合を N 、ノード間の共同輸送路線を表すアーカの候補集合を $A (\subset N \times N)$ 、輸送貨物の発地の集合と着地の組合せの集合を $K (= N \times N)$ とする。アーカ (i, j) 上の輸送車の便数を表す関数を Z_{ij} とする。アーカ (i, j) 上で輸送する貨物量の合計を x_{ij} とし、発地 o ・着地 d 間の貨物をアーカ (i, j) 上で輸送するか否かを表す 0-1 変数を x_{ij}^{od} とする。また、アーカ (i, j) を共同輸送路線として使用するか否かを表す 0-1 変数を y_{ij} 、着地 d の貨物に対してアーカ

(i, j) を共同輸送路線として使用するか否かを表す 0-1 変数を y_{ij}^d とする。ノード n が発地 o ・着地 d 間の貨物の発地 o であれば -1, 着地 d であれば 1, それ以外であれば 0 である定数を δ_n^{od} とおく。アーケ (i, j) 上の輸送車 1 便にかかる費用を a_{ij} , 発地 o ・着地 d 間の貨物量を q^{od} とする。ネットワークが連結するベクトル y の集合を C とする。

本研究で対象とする共同輸送ネットワーク設計問題 LTL の定式化は、次のように表すことができる。

$$(LTL) \text{ 最小化} \quad \sum_{(i, j) \in A} a_{ij} Z_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \quad (1)$$

$$\text{条件} \quad \sum_{i \in N} x_{in}^{od} - \sum_{j \in N} x_{nj}^{od} = \delta_n^{od} \quad n \in N, (o, d) \in K \quad (2)$$

$$x_{ij} = \sum_{(o, d) \in K} q^{od} x_{ij}^{od} \quad (i, j) \in A \quad (3)$$

$$x_{ij}^{od} \leq y_{ij}^d \quad (i, j) \in A, (o, d) \in K \quad (4)$$

$$y_{ij}^d \leq y_{ij} \quad (i, j) \in A, d \in N \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij}^d \leq 1 \quad i \in N \setminus \{d\}, d \in N \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N} y_{dj}^d = 0 \quad d \in N \quad (7)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i, j) \in A \quad (8)$$

$$x_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A, (o, d) \in K \quad (9)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A \quad (10)$$

$$y_{ij}^d \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A, d \in N \quad (11)$$

$$y \in C \quad (12)$$

(1)式は、共同輸送にかかる費用の合計の最小化を表す。(2)式はフロー保存条件であり、発地・着地間に与えられた貨物を輸送することを表す。(3)式は、アーケ上の輸送量の関係である。(4)式は、アーケ (i, j) に着地 d 宛ての路線が開設されないと、着地 d 宛ての貨物をアーケ (i, j) 上で輸送できないことを表す。(5)式は、アーケ (i, j) に路線が開設されないと、着地 d 宛ての路線を開設できないことを表す。(6)式と(7)式は木制約である。これは、着地以外のターミナルでは、着地が同一である貨物が同一のターミナル宛てに輸送されることを表す。(8)式は変数の非負条件であり、(9), (10)および(11)式は変数の 0-1 条件を表す。(12)式は、ネットワークが連結することを表す。

一方、共同輸送のサービスレベルを維持するために、アーケ (i, j) 上の輸送便数は最低便数を満足する必要があるので、 Z_{ij} は次のような関数となる。

$$Z_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) = \begin{cases} x_{ij}/e_{ij} & \text{if } x_{ij}/e_{ij} \geq f_{ij} \text{ and } y_{ij} = 1 \\ f_{ij} & \text{if } x_{ij}/e_{ij} < f_{ij} \text{ and } y_{ij} = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

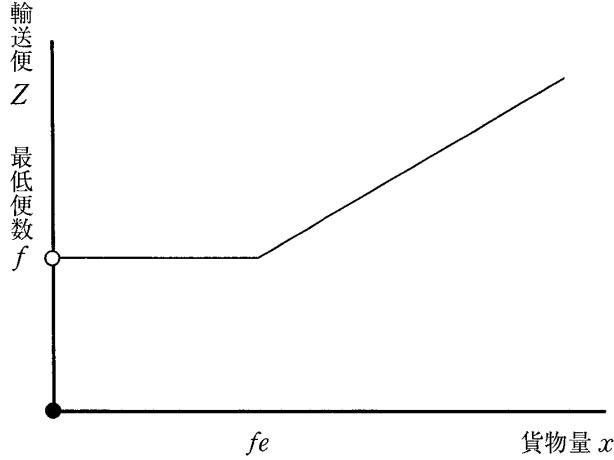


図 2 貨物量と便数の関係

または,

$$Z_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) = \max \{x_{ij}/e_{ij}, f_{ij}\} y_{ij} \quad (13)$$

ここで, e_{ij} はアーケ (i, j) 上の輸送車 1 便当りの輸送量, f_{ij} はアーケ (i, j) の単位期間当たりの最低便数である。図 2 に貨物量と設定する便数の関係を示しておく。

(13)式を用いると, 共同輸送ネットワーク設計問題は次の問題 LTL_1 として定式化することができる。

$$(LTL_1) \text{ 最小化 } \sum_{(i, j) \in A} \max \{x_{ij}/e_{ij}, f_{ij}\} a_{ij} y_{ij} \\ \text{条件} \quad (2) \sim (12)$$

4 Lagrange 緩和問題

フロー保存式(2)に対する Lagrange 乗数 v , 木制約式(6), (7)に対する Lagrange 乗数 w を用いて, LTL_1 に対して Lagrange 緩和を行い, Lagrange 緩和問題 LG を作成する。ここで, $w_i^d \geq 0 (i \in N \setminus \{d\}, d \in N)$ である。

$$(LG) \text{ 最小化 } \phi = \sum_{(o, d) \in K} (v_d^{od} - v_o^{od}) + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N \setminus \{d\}} w_i^d \\ + \sum_{(i, j) \in A} \left[\max \{x_{ij}/e_{ij}, f_{ij}\} a_{ij} y_{ij} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\} \right] \quad (14) \\ \text{条件} \quad (3) \sim (5), (8) \sim (12)$$

この Lagrange 緩和問題 LG を最適に解くことができれば, その最適値は問題 LTL の下界値となる。

Lagrange 乗数 v および w が与えられたときに目的関数の第 1 項および第 2 項は定数項となるので、(12)式を取り除くと、 LG はアーケ (i, j) ごとの独立した問題 LG_{ij} に分割できる。

$$(LG_{ij}) \text{ 最小化} \quad \phi_{ij} = \max \{x_{ij}/e_{ij}, f_{ij}\} a_{ij} y_{ij} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\}$$

条件

$$x_{ij} = \sum_{(o, d) \in K} q^{od} x_{ij}^{od} \quad (15)$$

$$x_{ij}^{od} \leq y_{ij}^d \quad (o, d) \in K \quad (16)$$

$$y_{ij}^d \leq y_{ij} \quad d \in N \quad (17)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (18)$$

$$x_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad (o, d) \in K \quad (19)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad (20)$$

$$y_{ij}^d \in \{0, 1\} \quad d \in N \quad (21)$$

5 Lagrange 緩和問題の解法

問題 LG_{ij} は $y_{ij} = 1$ と $y_{ij} = 0$ とした 2 つの問題に分離でき、2 つの内の最適値の小さい方が LG_{ij} の最適値となる。

$y_{ij} = 1$ とした問題 LG_{ij}^1 は、次のようになる。

$$(LG_{ij}^1) \text{ 最小化} \quad \phi_{ij}^1 = \max \{a_{ij} x_{ij}/e_{ij}, a_{ij} f_{ij}\} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\}$$

条件

$$(15), (16), (18), (19), (21)$$

さらに、問題 LG_{ij}^1 の最適値は、次の 2 つの問題 LG_{ij}^{11} , LG_{ij}^{12} の最適値の大きな方となる。

$$(LG_{ij}^{11}) \text{ 最小化} \quad \phi_{ij}^{11} = a_{ij} x_{ij}/e_{ij} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\}$$

条件

$$(15), (16), (18), (19), (21)$$

$$(LG_{ij}^{12}) \text{ 最小化} \quad \phi_{ij}^{12} = a_{ij} f_{ij} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\}$$

条件

$$(16), (19), (21)$$

LG_{ij}^{12} では、変数 x_{ij} は目的関数および他の条件に無関係であるので、(15)および(18)式は取り除いてある。

問題 LG_{ij}^{11} において、(15)式を目的関数(22)に代入して整理すると、次のようにまとめることができる。

$$(LG_{ij}^{11}) \text{ 最小化} \quad \phi_{ij}^{11} = \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}) x_{ij}^{od} - w_i^d y_{ij}^d \right\}$$

条件 (16), (19), (21)

この問題は最小化問題であるため, $x_{ij}^{od} = 1$ が最適になるのは, 係数 $q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}$ が負でかつ $y_{ij}^d = 1$ の場合である。したがって, x_{ij}^{od} を用いることなく, 問題 LG_{ij}^{11} は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} \min (0, q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d \right\} y_{ij}^d \\ \text{条件} \quad & (21) \end{aligned} \quad (23)$$

さらに, $y_{ij}^d = 1$ が最適になるのは, 係数 $\sum_{o \in N} \min (0, q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d$ が負のときである。したがって, y_{ij}^d を用いることなく, 問題 LG_{ij}^{11} の最適値 ϕ_{ij}^{*11} は次のように表現できる。

$$\phi_{ij}^{*11} = \sum_{d \in N} \min \left\{ 0, \sum_{o \in N} \min (0, q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d \right\}$$

同様に, 問題 LG_{ij}^{12} の最適値 ϕ_{ij}^{*12} は次のように表現できる。

$$\phi_{ij}^{*12} = a_{ij} f_{ij} + \sum_{d \in N} \min \left\{ 0, \sum_{o \in N} \min (0, v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d \right\}$$

したがって, 問題 LG_{ij}^1 の最適値 ϕ_{ij}^{*1} は次のように表される。

$$\phi_{ij}^{*1} = \max (\phi_{ij}^{*11}, \phi_{ij}^{*12})$$

一方, $y_{ij} = 0$ とした問題の最適値は, 明らかに 0 である。

以上のことから, 問題 LG は次の問題 LG_1 で表すことができる。

$$\begin{aligned} (LG_1) \text{ 最小化} \quad & \phi = \sum_{(o, d) \in K} (v_d^{od} - v_o^{od}) + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N \setminus \{d\}} w_i^d + \sum_{(i, j) \in A} \phi_{ij}^{*1} y_{ij} \\ \text{条件} \quad & y_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A \\ & y \in C \end{aligned}$$

問題 LG_1 では, $\phi_{ij}^{*1} < 0$ であれば, 明らかに $y_{ij} = 1$ が最適である。そこで, $\phi_{ij}^{*1} < 0$ であるアーチの集合を A' とおく。このとき, 問題 LG は次の問題 LG_2 に置き換えることができる。

$$(LG_2) \text{ 最小化} \quad \phi = \sum_{(o, d) \in K} (v_d^{od} - v_o^{od}) + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N \setminus \{d\}} w_i^d + \sum_{(i, j) \in A'} \phi_{ij}^{*1}$$

$$+ \sum_{(i, j) \in A \setminus A'} \phi_{ij}^{*1} y_{ij}$$

条件

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A \setminus A'$$

$$y \in C$$

A' に含まれるアーケで連結される連結成分を 1 つのノードに置き換えれば、この問題は重み ϕ_{ij}^{*1} をもつアーケ集合 $A \setminus A'$ に対する最小木問題となる。したがって、容易に最適解を求めることができる。

問題 LG_1 の最適解を $y_{ij}^*((i, j) \in A)$ とおくと、問題 LG の残りの最適解 y^* , x^* は、次のように表される。

アーケ $(i, j)(\in A)$ について、 $\phi_{ij}^{*11} \geq \phi_{ij}^{*12}$ のとき、

$$y_{ij}^{*d} = \begin{cases} 1 & \text{if } y_{ij}^* = 1 \text{ and } \sum_{o \in N} \min(0, q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad d \in N$$

$$x_{ij}^{*od} = \begin{cases} 1 & \text{if } y_{ij}^{*d} = 1 \text{ and } q^{od} a_{ij}/e_{ij} + v_j^{od} - v_i^{od} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (o, d) \in K$$

$\phi_{ij}^{*11} < \phi_{ij}^{*12}$ のとき、

$$y_{ij}^{*d} = \begin{cases} 1 & \text{if } y_{ij}^* = 1 \text{ and } \sum_{o \in N} \min(0, v_j^{od} - v_i^{od}) - w_i^d < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad d \in N$$

$$x_{ij}^{*od} = \begin{cases} 1 & \text{if } y_{ij}^{*d} = 1 \text{ and } v_j^{od} - v_i^{od} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (o, d) \in K$$

である。

6 劣勾配法

問題 LTL の良い下界値を求めるためには、 LG の目的関数(14)式の値を最大にするように Lagrange 乗数 v および w を設定する必要がある。そこで、Lagrange 乗数を設定する方法として、劣勾配法を利用する。

緩和問題 LG の最適解 \bar{y} および \bar{x} が与えられたとき、下界値を最大にする v と w を求める問題は次の最大化問題 LD となる。

$$(LD) \text{ 最大化 } v, w \quad \sum_{(o, d) \in K} (v_d^{od} - v_o^{od}) + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N \setminus \{d\}} w_i^d$$

$$+ \sum_{(i,j) \in A} \left[\max \{ \bar{x}_{ij}/e_{ij}, f_{ij} \} a_{ij} \bar{y}_{ij} + \sum_{d \in N} \left\{ \sum_{o \in N} (v_j^{od} - v_i^{od}) \bar{x}_{ij}^{od} - w_i^d \bar{y}_{ij}^d \right\} \right]$$

条件 $w_i^d \geq 0 \quad i \in N \setminus \{d\}, d \in N$

ノード i が発地 o ・着地 d 間の貨物の着地 d であれば 0, それ以外であれば 1 である定数を Δ_i^d とおき, 定数項を取り除いて整理すると, 問題 LD の目的関数は次のように表される。

$$\begin{aligned} \text{最大化} \quad & \sum_{(o,d) \in K} \sum_{n \in N} (\delta_n^{od} - \sum_{i \in N} \bar{x}_{in}^{od} - \sum_{j \in N} \bar{x}_{nj}^{od}) v_n^{od} \\ & + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N} (\Delta_i^d - \sum_{j \in N} \bar{y}_{ij}^d) w_i^d \end{aligned}$$

問題 LD は線形関数の最大化問題であるが, v と w の値によって緩和問題の最適解 \bar{y} と \bar{x} が離散的に変化するため, 微分不可能な最適化問題になる。このため, 微分不可能な関数の勾配である劣勾配を用いて上昇方向に解を移動しても, 目的関数値は増加するとは限らない。しかし, 適当なステップサイズを用いて解を更新すれば, 最適解との距離を減少できることが知られている⁴⁾。

変数 v と w に対する劣勾配をそれぞれ次のように定義する。

$$\begin{aligned} g_n^{od} &= \delta_n^{od} - \sum_{i \in N} \bar{x}_{in}^{od} - \sum_{j \in N} \bar{x}_{nj}^{od} \quad n \in N, (o,d) \in K \\ h_i^d &= \Delta_i^d - \sum_{j \in N} \bar{y}_{ij}^d \quad i \in N, d \in N \end{aligned}$$

v と w が与えられたとき, 緩和問題 LG の緩和問題の最適解 \bar{y} と \bar{x} が求められたとする。このとき, 問題 LD の次の解 \bar{v} と \bar{w} として,

$$\begin{aligned} \bar{v}_n^{od} &:= v_n^{od} + \theta^t g_n^{od} \quad n \in N, (o,d) \in K \\ \bar{w}_i^d &:= w_i^d + \theta^t h_i^d \quad i \in N, d \in N \end{aligned}$$

を採用する。ここで, θ^t は, t 回目の繰り返しにおけるステップサイズであり, 次のように定義される。

$$\begin{aligned} \theta^t &:= \frac{\rho \text{ (上界値 - 下界値)}}{\sum_{(o,d) \in K} \sum_{n \in N} (g_n^{od})^2 + \sum_{d \in N} \sum_{i \in N} (h_i^d)^2} \\ &\quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta^t \rightarrow 0 \text{ and } \sum_{t=0}^{\infty} \theta^t \rightarrow \infty \end{aligned} \tag{24}$$

(24)式にある下界値は $(t-1)$ 回目の下界値であるが, 上界値は別途求める必要がある。また, ρ は $(0, 2)$ のパラメータである。

以上のことから, 問題 LG から緩和解を求め, この解から劣勾配を算出して Lagrange

乗数を更新し、この乗数から LG の解を求めるという手順を繰り返すことによって、問題 LG の最適値すなわち LTL の下界値を求めることができる。

7 おわりに

本研究では、共同輸送路線設計と貨物輸送経路設計を扱い、路線の最低便数、木条件および連結条件を制約とし、共同輸送費用を最小にする共同輸送ネットワークを設計する問題を対象とした。この問題に対して、定式化を行い、フロー保存制約を Lagrange 緩和した緩和問題を示した。Lagrange 乗数が与えられたときに、Lagrange 緩和問題はアーチごとの問題に分割することができ、分割した問題は 0 と係数との比較することを用いて解くことができるなどを示した。これらの結果から、Lagrange 緩和問題が最小木問題に帰着できることを示した。また、Lagrange 乗数が劣勾配法によって設定できることも示した。

今回は基本的なモデルを対象としているが、今後はより現実的な条件や費用を組み込んだモデルに対して分析を行う必要がある。また、緩和問題の解法を提案したが、これは下界値を求める解法である。しかし、モデルの最適解・最適値または良い近似解・上界値を求めることが本来の目的である。一方、劣勾配法を行うためには、良い上界値が必要である。したがって、今後、Lagrange 緩和解を実行可能解に変更する Lagrange ヒューリスティック解法などのような近似解を求めるための解法を開発する必要がある。さらに、提案した緩和問題の解法のプログラム化と数値実験を行うことによって、提案した解法の有効性を検討する必要も残されている。

参考文献

- 1) T.G. Crainic and J. Roy. Design of regular intercity driver routes for the LTL motor carrier industry. *Transportatin Science*, Vol. 26, pp. 280-295, 1992.
- 2) T.G. Crainic and J. Roy. OR tools for tactical freight transportation planning. *European Journal of Operation Research*, Vol. 33, pp. 290-297, 1993.
- 3) B. Hoppe, E.Z. Klampfl, C. McZeal, and J.Rich. Strategic load-planning for less-than-truckload trucking. Technical Report CRPC-TR99812-S, Center for Research on Parallel Computation, Rice University, 1999.
- 4) B.T. Polyak. A genaral method for soloving extremun problems. *Soviet Mathematics Doklady*, Vol. 8, pp. 593-597, 1967.
- 5) W.B. Powell. A local improvement heuristic for the design of less-than-truckload motor carrier networks. *Transportation Science*, Vol.20, pp.246-257, 1986.
- 6) W.B. Powell and I.A. Koskosidis. Shipment routing algorithms with tree constraints.

共同輸送ネットワーク設計問題に対する Lagrange 緩和法

Transportation Science, Vol. 26, pp. 230-245, 1992.

7) W.B. Powell and Y. Sheffi. The load planning problem of motor carriers: Problem description and a proposed solution approach. *Transportation Research A*, Vol. 17A, pp. 471-480, 1983.

8) W.B. Powell and Y. Sheffi. Design and implementation of an interactive optimization system for network design in the motor carrier industry. *Operations Research*, Vol. 37, pp. 12-29, 1989.

9) J. Roy and T.G. Crainic. Improving intercity freight routing with a tactical planning model. *Interfaces*, Vol. 22, pp. 31-44, 1992.

10) J. Roy and L. Delorme. NETPLAN: A network optimization model for tactical planning in the less-than-truckload motor-carrier industry. *INFOR*, Vol. 27, pp. 22-35, 1989.