

ロジャースの地域別人口分析法とその方法のわが国における地域別人口の構造分析への適用*

鈴木 啓祐

はしがき

アンドレイ・ロジャース (Andrei Rogers) は、1978年に、ウィレケンス (Frans Willekens) と共に、*Spatial Population Analysis: Methods and Computer Programs* と題する著書を書き¹⁾、この中で、彼の開発した地域的人口の時間的変動のメカニズムを記述し、さらに、そのメカニズムを用いて、将来の地域的人口の予測をおこなうことのできる分析法を公表した。

ロジャースの分析法においては、観察地域全体が多くの地域（小地域）に分割され、その各

地域内の人口および人口構造（年齢別人口、平均余命等）が数学的に算出される²⁾。この種の人口分析を「多地域型人口分析」というならば、これまで数多く、しかも精密になされて来た観察地域全体の人口の分析（たとえば、コックス (Peter R. Cox), キイフィツ (Nathan Keyfitz), プリサト (Roland Pressat), スピーゲルマン (Mortimer Spiegelman), 館 等の著書³⁾ に論じられている）は、多地域型人口分析の特殊な場合——地域の個数 n を特に 1 とした場合の分析——とみなされる单一地域人口分析ということになる。

单一地域型人口分析においては、観察地域内部の地域的人口構造、たとえば、観察地域内部の各地域の人口や各地域間の人口移動とは無関係に、その観察地域内の人口の諸特性がとらえられるが、多地域型人口分析においては、観察地域内部の各地域の人口諸特性、ならびに各地域間に見られる人口移動の諸特性がとらえられる。特に、後者、すなわち、地域間の人口移動の諸特性の分析は、单一地域型人口分析には、まったく見られず、多地域型人口分析に特有なものであるといえる。

* この研究は、日本大学 黒田俊夫教授、厚生省人口問題研究所 岡崎陽一博士、福島県立医科大学 南條善治教授、日本大学経済学部副手 大塚友美氏、ならびに筆者の 5 名による「ロジャースの人口分析の方法に関する共同研究」——この共同研究の結果の一部は、昭和54年7月23日から25日までの期間に開催された日本統計学会第47回大会において報告された（黒田俊夫、岡崎陽一、南條善治、鈴木啓祐、大塚友美：「ロジャースモデルとその日本人口への適用」『日本統計学会誌』Vol. 10, No. 1, 1980年, 73—83頁）——の一部としておこなわれた。

また、この論文の一部は、昭和54年度および昭和55年度文部省科学研究費補助金（総合研究（A）：研究代表者 日本大学経済学部嘱託教授 黒田俊夫、福島県立医科大学教授 南條善治、流通経済大学教授 鈴木啓祐、日本大学経済学部副手 大塚友美；研究課題：「多地域（国内）人口システムにおける地域の将来人口の推計方法と適用に関する研究」）によっておこなわれた。

なお、特にこの研究に必要な重要な文献を提示された日本大学の黒田俊夫博士、ならびに、この論文の下書きに対していくつかの貴重なコメントを与えた福島県立医科大学の南條善治教授に対し感謝の意を表する。

1) Willekens, Frans and Andrei Rogers : *Spatial Population Analysis: Methods and Computer Programs* (RR-78-18), Laxenburg, International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), 1978.

なお、ロジャースは、すでに、1975年に、上記の書物に明記されている分析法の理論的構造について明示した著書を書いている (Rogers, Andrei : *Introduction to Multiregional Mathematical Demography*, New York, John Wiley, 1975).

2) Rogers, Andrei : *op. cit.*

Willekens, Fransis and Andrei Rogers : *op. cit.*

3) Cox, Peter R. : *Demography*, Cambridge, Cambridge, Cambridge University Press, 1976. Keyfitz, Nathan : *Introduction to the Mathematics of Population*, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1968. Pressat, Roland : *Demographic Analysis* Chicago, Aldine · Atherton 1961. Spiegelmon, Mortimer : *Introduction to Demography*, Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press, 1955. 館 稔：『形式人口学』、東京、古今書院、1960年。

多地域型人口分析の一部は、単一地域型人口分析の拡張であるから、多地域型人口分析において取扱われる地域別人口構造の特徴にも単一地域型人口分析においても取扱われるそれに類似したものが見られる。ロジャースの人口分析においては、たとえば、「 x 歳で第 i 地域に居住している人が $x+5$ 歳で第 j 地域に居住している確率 $p_{ij}(x)$ 」、あるいは、「第 j 地域で生れた人のうち x 歳で第 i 地域に居住している人の数 $jol_i(x)$ 」がそれである。これらは、単一地域型人口分析における「生存率 [probability of living] $p(x, N)$ (x 歳の人のうち $x+N$ 歳まで生き残る確率)」、あるいは、「生存数 [number of living] $l(x)$ (x 歳まで生き残っている人の数)」に類似した人口構造の特徴といえる。しかし、これらに対して、ロジャースの分析法における「第 j 地域で生まれ、 x 歳で第 i 地域に居住している人のうち、 x 歳から $x+5$ 歳までの間に第 i 地域から第 k 地域に移動する人の数 $jol_{ik}(x)$ 」は、多地域型人口分析において問題とされる地域間人口移動の特徴であり、単一地域型人口分析において、これと類似したものを見いだすことは、まったく不可能である。

ロジャースは、上記のような分析上の特徴をもった多地域型人口分析をモデルの形で、しかも、部分的にではなく、体系的な形で提唱した。

これまでにも、多地域の人口に関する分析は数多くおこなわれて来た。実際、早くも、19世紀には、ケアリー (H. C. Carey)⁴⁾ やラベンスタイン (E. G. Ravenstein)⁵⁾ が、また、最近においては、アイザード (Walter Isard)⁶⁾ が、それぞれ地域間の人口移動の研究をおこなって

4) Carey, H. C., *Principles of Social Science*, J. B. Lippincott, 1858.

5) Ravenstein, E. G.: "The laws of migration", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 48, Part 2. 1885, pp. 167-235. Ravenstein, E. G.: "The laws of migration", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 52, Part 2, 1889, pp. 241-305. 鈴木啓祐:『空間人口学』(上), (下), 東京, 大明堂, 1980年。

6) Isard, Walter : *Methods of Regional Analysis, An Introduction to Regional Science*, M. I. T. Press, 1960.

いる。また、サイモン (H. A. Simon)⁷⁾ やベックマン (M. J. Beckman)⁸⁾ が、都市人口の形成過程に関する理論的研究を試みている。清水やリッキネン (K. Rikkinen)⁹⁾ は、マルコフ連鎖によって地域的人口分布の時間的変化の解析を試みた。さらに、人口の地域的構造を記述するための人口重心や人口中位点等の研究がなされている(たとえば、フラスケンパー (Paul Flasckämper) や筆者¹⁰⁾ の研究がある)。

明らかに、これらの研究も、一種の多地域型人口分析に属する研究といえるが、ロジャースの多地域型人口分析が、これらの研究における多地域型人口分析と本質的に異っている点は、ロジャースの分析が、単に、人口の空間的移動や配置を問題にしているのではなく——もちろん、人口の移動や配置の研究もまた重要なものである。——人口の空間的移動と配置の変化とともに、各地域における出生や死亡による地域的人口の変化をも考慮に入れた地域的人口構造の分析であり、いわば、人口および人口構造の時間的空間的変化の分析であるという点にある。

ロジャースの分析は、きわめて龐大なものであるが、この分析で取扱われている事項は、つぎのようなものである。

- (1) 人口の基本的諸变量
- (2) 地域別平均余命
- (3) 地域間人口移動と地域別死亡率
- (4) 地域別人口増加過程
- (5) 出生力分析

7) Simon, H. A. : "On a class of skew distribution function", *Biometrika* Vol. 42, 1955, pp. 425-440.

8) Beckman, Martin J. : "City Hierarchies and the distribution of city size", *Econometric Development and Cultural Change* Vol. 6, 1958, pp. 243-248.

9) 清水良平:「わが国における人口移動と産業の地域構造」,『農業経済研究』, 第36卷第1号, 1964, 1-11頁.
Rikkinen, K. : "Markov chain analysis of inter-provincial migration in Finland," *Fennia* No. 108, pp. 1-18.

10) Flasckämper, Paul ; *Bevölkerungsstatistik*, Hamburg. Richard Meiner 1962. 鈴木啓祐訳編:『新しい人口統計学、地域の人口分析』, 東京, 佑学社, 1977年. Suzuki, Keisuke : "The characteristics of the change of the distribution of population of cohorts in Japan", 『流通経済大学論集』第14卷第2号, 1979年, 28-59頁.

- (6) 死亡分析
- (7) 出生構造解析
- (8) 各種内在率 (intrinsic rate)
- (9) 地域的人口ゼロ成長
- (10) 地域的人口ゼロ成長倍率

これらの分析項目から示唆されるように、ロジャースの人口分析は、前述のように、人口および人口構造の時間的空間的変化の分析、それも、徹底した定量的、数学的分析——彼が書いた1975年の著書¹¹⁾には、この種の分析（定量的、数学的分析）の著書であることを示唆するために、*Introduction to Multiregional Mathematical Demography* という表題が与えられている。——である。

地域的人口配置（分布とその変動）ならびに地域的人口構造（年齢構造）は、経済活動の地域的構造と密接な関係をもつ——たとえば、各地域における労働力の供給能力、生産物の消費量、あるいは、交通量等に関する問題と密接な関係をもっている——から、この種の研究は、地域的経済構造の分析にとってもきわめて重要であるといえる。

ここでは、地域的人口配置、ならびに地域的人口構造の解析と予測を可能にする分析法の1つとしてのロジャースの分析方法を要約し¹²⁾、この分析方法の構造とその特質ならびに有用性を論じ、若干の考察をつけ加えた。なお、この分析法を用いて得られたわが国の地域的人口構造の分析結果についても紹介した。

I ロジャースの地域的人口分析法

I. 1 地域内人口の基本的諸变量

ロジャースは、まず、多地域における人口に関する基本的諸变量を、つぎのような記号を用いて表現する。

$q_i(x)$: x 歳階級 (x 歳から $x+4$ 歳までの年齢階級) 第 i 地域死亡確率 (第 i 地域の x 歳の人が $x+5$ 歳に達する前に死亡する確

11) Rogers, Andrei : op. cit. (1975)

12) 特に、ここでは、Willekens と Rogers が共著の形で書いた書物 (Willekens, Frans and Andrei Rogers : op. cit.) の内容について述べる。

率 [the probability that a person in region i at exact age x dies before reaching age $x+5$] $i=1, 2, \dots, m$; $x=0, 5, 10, \dots, z$)

$p_{ij}(x)$: 第 i 地域出生第 j 地域在住 x 歳階級生存 (第 i 地域の x 歳の人が $x+5$ 歳のとき第 j 地域に居住する確率 [the probability that a person in region i at exact age x will reside in region j at exact age $x+5$])

$j_0l_i(x)$: 第 j 地域出生者中第 i 地域在住 x 歳生存数 (第 j 地域で生れた人のうち x 歳における第 i 地域で生存する人口 [the number of people in region i at exact age x , who are born in region j])¹³⁾

$j_0l_{i\delta}(x)$: 第 j 地域出生者中第 i 地域 x 歳階級死亡数 (第 j 地域で生れた人のうち x 歳のとき第 i 地域に居住し、 $x+5$ 歳に達する前に死亡する人口 [the expected number of people alive in region i at exact age x , born in region j , who will die before reaching $x+5$])

$j_0l_{ik}(x)$: 第 j 地域出生者中 x 歳階級第 i 第 j 地域間移動人口 (第 j 地域に出生し、 x 歳のとき第 i 地域に居住し、 $x+5$ 歳に達する前に第 k 地域へ移動した人口 [the expected number of migrants from i to k between ages x and $x+5$ among the people living in i at age x and born in j])

$j_0l_i^j(x)$: 第 j 地域出生者中第 i 地域在住 x 歳における生存率 ($j_0l_i(x)/j_0l_j(0)$) [the probability that a j -born person is in region i at exact age x]

$j_0l_{i\delta}(x)$: 第 j 地域出生者中第 i 地域在住

13) ここでは、第 j 地域の基数 (ラディックス [radix]) が問題となるが、第 j 地域で出生する理論上の人口、すなわち、第 j 地域の基数は、 $j_0l_j(0)$ で示される (Wilkens, Frans and Andrei Rogers : op. cit. p. 23)。

なお、基数については、Keyfitz, Nathern : op. cit. p. 4, 館 稔 : 前掲書、631頁に論じられている。また、ロジャースのいう基数について、筆者は、鈴木啓祐 : 前掲書 (1980年) 247頁において触れた。

x 歳階級死亡率 (${}_{j_0}l_{i\delta}(x) / {}_{j_0}l_j(0)$) [the probability that a j -born person dies in region i between ages x and $x+5$]

${}_{j_0}\hat{l}_{ik}(x)$: 第 j 地域出生者中 x 歳階級第 i 第 j 地域間移動率 (${}_{j_0}l_{ik}(x) / {}_{j_0}l_j(0)$) [the probability that a j -born person change his residence from i to k between ages x and $x+5$]

もし、地域を考慮しなければ、上記の記号から、それぞれ、添字 $i, j, 0, k$ および δ が除かれ、

$q_i(x)$ は x 歳階級の死亡率 (death rate), 特に、普通死亡率 (crude death rate) q_x
 $p_{ij}(x)$ は、 x 歳階級の生存率 (probability of living) p_x

${}_{j_0}l_i(x)$ は、 x 歳における生存数 (number of living) l_x

${}_{j_0}l_{i\delta}(x)$ は、 x 歳階級の死亡数 (number of dying) d_x

${}_{j_0}\hat{l}_i(x)$ は、0歳人口を基數としたときの x 歳生存数 (numderof living) l_x

${}_{j_0}\hat{l}_{i\delta}(x)$ は x 歳階級の基數に対する死亡率 d_x/l_0 (ただし、 l_0 は基數である。)

となる。

上記の各種の値のうち、特に、 ${}_{j_0}l_i(x)$ は、2種の式で示すことができる。まず、

$${}_{j_0}\hat{l}_i(x) = \frac{{}_{j_0}l_i(x)}{{}_{j_0}l_j(0)} \quad (\text{I.1.1})$$

という ${}_{j_0}l_j(x)$ の定義から、

$${}_{j_0}l_i(x) = {}_{j_0}\hat{l}_i(x) {}_{j_0}l_j(0) \quad (\text{I.1.2})$$

によって示すことができる。他方、これに対して、 ${}_{j_0}l_{ki}(x-5)$ を用いると、

$${}_{j_0}l_i(x) = {}_{j_0}l_{ii}(x-5) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n {}_{j_0}l_{ki}(x-5) \quad (\text{I.1.3})$$

となる。特に地域の全個数が2個、すなわち、2地域の場合には、この式は、

$$\begin{aligned} {}_{10}l_2(x) &= {}_{10}l_{22}(x-5) + {}_{10}l_{12}(x-5) \\ &= {}_{10}l_2(x-5)p_{22}(x-5) + {}_{10}l_1(x-5) \\ &\quad p_{12}(x-5) \end{aligned} \quad (\text{I.1.4.1})$$

$${}_{20}l_1(x) = {}_{20}l_{11}(x-5) + {}_{20}l_{21}(x-5)$$

$$= {}_{20}l_1(x-5)p_{11}(x-5) + {}_{20}l_2(x-5) \\ p_{21}(x-5) \quad (\text{I.1.4.2})$$

となる。

地域的に x 歳の人びとがどのように分布しているかを表示する場合には、上述の ${}_{j_0}l_i(x)$ を要素とするマトリクス、すなわち、 x 歳生存数 [expected number of survivors at exact age x] $\mathbf{l}(x)$ が用いられる。これは、一般に、地域が n 個ある場合、

$$\mathbf{l}(x) = \begin{bmatrix} {}_{10}l_1(x) & {}_{20}l_1(x) & \cdots & {}_{n_0}l_1(x) \\ {}_{10}l_2(x) & {}_{20}l_2(x) & \cdots & {}_{n_0}l_0(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_{10}l_n(x) & {}_{20}l_n(x) & \cdots & {}_{n_0}l_n(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.5})$$

という形になる。したがって、最も簡単な観察地域が2地域の場合においては、

$$\mathbf{l}(x) = \begin{bmatrix} {}_{10}l_1(x) & {}_{20}l_1(x) \\ {}_{10}l_2(x) & {}_{20}l_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.6})$$

となる。このマトリクスによって、出生地別居住地別の人口構造を年齢階級に明示することができる。

$\mathbf{l}(x+5)$ は、 $\mathbf{l}(x)$ に「 $\mathbf{l}(x)$ のうち居住地域を第 i 地域から第 j 地域に変更しながら ($i=j$ のときには現実には居住地域は不変である)
 $x+5$ 歳階級まで生き残る確率 ($p_{ij}(x)$ を要素とするマトリクス $\mathbf{P}(x)$ で示される)」を乗じることによって得られるから、

$$\mathbf{l}(x+5) = \mathbf{P}(x)\mathbf{l}(x) \quad (\text{I.1.7})$$

となる。2地域の場合においては、

$$\begin{aligned} \mathbf{l}(x+5) &= \mathbf{P}(x)\mathbf{l}(x) \\ &= \begin{bmatrix} p_{11}(x) & p_{21}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{10}l_1(x) & {}_{20}l_1(x) \\ {}_{10}l_2(x) & {}_{20}l_2(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}_{10}l_1(x)p_{11}(x) + {}_{10}l_2(x)p_{21}(x) \\ {}_{10}l_1(x)p_{12}(x) + {}_{10}l_2(x)p_{22}(x) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} {}_{20}l_1(x)p_{11}(x) + {}_{20}l_1(x)p_{21}(x) \\ {}_{20}l_1(x)p_{12}(x) + {}_{20}l_2(x)p_{22}(x) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.1.8})$$

となる。

また、各地域 (第 j 地域 ($j=1, 2, \dots, n$))

に生れた 1 人の人がある地域（第 i 地域 ($i=1, 2, \dots, n$)）においては x 歳までどの程度の割合（確率）で生存するかは、

$$j_0 l_i(x) = \frac{j_0 l_i(x)}{j_0 l_i(0)} \quad (I.1.9)$$

によって示されるから、この種の値のすべてをマトリクス $\hat{l}(x)$ によって示すことができる。観察地域が 2 地域の場合には、

$$\begin{aligned} \hat{l}(x) &= \begin{bmatrix} {}_{10}\hat{l}_1(x) & {}_{20}\hat{l}_1(x) \\ {}_{10}\hat{l}_2(x) & {}_{20}\hat{l}_2(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{{}_{10}l_1(x)}{{}_{10}l_1(0)} & \frac{{}_{20}l_1(x)}{{}_{20}l_1(0)} \\ \frac{{}_{10}l_2(x)}{{}_{10}l_2(0)} & \frac{{}_{20}l_2(x)}{{}_{20}l_2(0)} \end{bmatrix} \quad (I.1.10) \end{aligned}$$

となる。これが、 x 歳の地域別生存率 [probability of surviving to age x] である。これは、また、

$$\hat{l}(x) = P(x-5)P(x-10)\dots P(0) \quad (I.1.11)$$

によって示される。

いま、 x 歳の人びとの $x+n$ 歳までの生存率 $\hat{l}(x, x+n)$ （この記号をロジャースは用いていないが、この生存率をこのような記号で示すと便利であろう）[probability of surviving from x to $x+n$] は、

$$\begin{aligned} \hat{l}(x, x+n) &= p(x+n-5)p(x+n-10)\dots \\ &\quad p(x) \quad (I.1.12) \end{aligned}$$

である。他方、

$$\begin{aligned} \hat{l}(x+n) &= \{p(x+n-5)p(x+n-10)\dots \\ &\quad p(x)\} \{p(x-5)p(x-10)\dots \\ &\quad p(0)\} \\ &= \hat{l}(x, x+n)\hat{l}(x) \quad (I.1.13) \end{aligned}$$

と書けるから、

$$\hat{l}(x, x+n) = \hat{l}(x+n)\hat{l}^{-1}(x) \quad (I.1.14)$$

という関係が得られる。

この関係の実用的利用例としては、労働力人口となった 20 歳の人の x 歳 ($x > 20$) における生存数 $w(x)$ の計算のための式を挙げることができる。すなわち、

$$\{w(x)\} = \hat{l}(x)\hat{l}^{-1}(20)\{w(20)\} \quad (I.1.15)$$

がそれである。ただし、 $w(20)$ は、20 歳の地域別労働力人口である。

I. 2 地域別平均余命

地域別平均余命を算出する場合、その値に関して 2 種類の測定法があるといえる。

その第 1 は、現居住地別平均余命 [life expectancy by place of residence] と名づけられるべきものであり、これは、ある地域に居住する x 歳の人が、その x 歳以後、その地域およびその他の地域に生存する平均年数（これらの年数——すなわち、その地域およびその他の地域で生きる平均年数——をすべて加えると、その人の平均余命が得られる）である。

その第 2 は、ある地域に出生した x 歳の人が、それ地域あるいはその他の地域でその x 歳以後生きる平均年数であり、出生地別平均余命 [life expectancy by place of birth] と呼ばれるべきものである。

一般に、平均余命とは、 x 歳の人が、その x 歳以後生きる平均年数であるが、それを地域別に——現居住地別ならびに出生地別という 2 種の地域別区分を用いて——算出することは、これまで、きわめて困難であったが、ロジャースの分析法によって、それらの値の算出が可能となつたのである。

1) 居住地別平均余命

ある地域に居住する x 歳の人が、その x 歳以後に、その居住地、または、その他の地域で生存する平均年数、すなわち、 x 歳における居住地別の平均余命 $xe(x)$ は、「ある地域に出生した x 歳の人が『その x 歳以後の 5 年間』にその居住地、または、その他の地域で生活（居住）する平均年数」 $L_r(x)$ の算出方法を基礎として算出される。 $L_r(x)$ は、

i) 0 歳の人びとのうち x 歳まで生存する地域別確率 $\hat{l}(x)$

ii) ある地域の x 歳の人が x 歳以後 5 年の間生存する延年数 $L(x)$

に関係をもつ。

そして、 $L(x)$, $L_r(x)$, $\hat{l}(x)$ の間には、

$$\mathbf{L}(x) = \mathbf{L}_r(x)\hat{\mathbf{l}}(x) \quad (\text{I.2.1})$$

という関係が成立する。たとえば、観察地域が2地域であるときは、上式（式（I.2.1））は、

$$\begin{bmatrix} {}_{10}L_1(x) & {}_{20}L_1(x) \\ {}_{10}L_2(x) & {}_{20}L_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_{10}L_{1r}(x) & {}_{20}L_{1r}(x) \\ {}_{10}L_{2r}(x) & {}_{20}L_{2r}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{10}\hat{l}_1(x) & {}_{20}\hat{l}_1(x) \\ {}_{10}\hat{l}_2(x) & {}_{20}\hat{l}_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.2})$$

となる。ただし、 ${}_{i0}L_{jr}(x)$ は、第 i 地域に出生し、 x 歳から $x+5$ 歳まで第 j 地域に居住する平均年数である。なんとなれば、 x 歳の人びとの数は、その人びとが 0 歳であったときから x 歳になるまでの間にその人びとの中で死亡する人が現われるため、その人びとが 0 才であったときの数 $\hat{l}(0)$ より減少し、 $\hat{l}(x)$ となっている（ここでは、 $\hat{l}(0), \hat{l}(x)$ を人口——ただし、各地域に出生する人には、すべて 1 と仮定したときの 0 歳階級、 x 才階級の人口——とみなして見ると式（I.2.1）の意味を理解し易い）ので、 $\mathbf{L}(x)$ は、 $\mathbf{L}_r(x)$ (x 歳の人びとの生存平均年数) に $\hat{l}(x)$ (x 歳の人びとの人口) を乗じた値となるからである。この関係から、

$$\mathbf{L}_r(x) = \mathbf{L}(x)\hat{\mathbf{l}}^{-1}(x) \quad (\text{I.2.3})$$

を得る。また、 $\mathbf{L}(x)$ は $(5/2)[\hat{l}(x+5)+\hat{l}(x)]$ によって近似的に算出されるから、

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_r(x) &= \frac{5}{2}[\hat{l}(x+5)+\hat{l}(x)][\hat{l}(x)]^{-1} \\ &= \frac{5}{2}[\mathbf{p}(x)+\mathbf{I}] \end{aligned} \quad (\text{I.2.4})$$

によって算出される（ \mathbf{I} は単位行列である。）。

${}_x\mathbf{e}(x)$ は、式（I.2.3）の $\mathbf{L}(x)$ を $\mathbf{T}(x)$ で置きかえたものである。すなわち、

$$\begin{aligned} {}_x\mathbf{e}(x) &= \mathbf{T}(x)[\hat{\mathbf{l}}(x)]^{-1} \\ &= [\sum_{y=x}^z \mathbf{L}(y)][\hat{\mathbf{l}}(x)]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{I.2.5})$$

によって示される。ただし、 $\mathbf{T}(x)$ は、0 歳の人（ x 歳の人ではない）が x 歳以後生存する延年数を地域別に分類して示した値を要素とするマトリクス、すなわち、

$$\mathbf{T}(x) = \sum_{y=x}^z \mathbf{L}(y) \quad (\text{I.2.6})$$

である。この式の $\mathbf{L}(y)$ は、式（I.2.1）の $\mathbf{L}(x)$ の x を y と書いたマトリクス $\mathbf{L}(y)$ である。

${}_x\mathbf{e}(x)$ は、地域が 2 個の場合には、

$${}_x\mathbf{e}(x) = \begin{bmatrix} {}_{1x}e_1(x) & {}_{2x}e_1(x) \\ {}_{1x}e_2(x) & {}_{2x}e_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.7})$$

のような形のマトリクスとなる。 ${}_{ix}e_j(x)$ は、第 i 地域に出生した x 歳の人の第 j 地域における x 才のときの平均余命であるから、このマトリクスの列（縦）の要素の総和が、居住地域に（現住地）に無関係な、 x 歳の出生地別平均余命となる。

ii) 出生地別平均余命

出生地別平均余命 ${}_0\mathbf{e}(x)$ を算出するには、まず、 $\hat{\mathbf{l}}(x)$ 、すなわち、

$$\hat{\mathbf{l}}(x) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m {}_{10}\hat{l}_i(x) & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^m {}_{20}\hat{l}_i(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.8})$$

を算出する。このマトリクスの要素 $\sum_{i=1}^m {}_{j0}\hat{l}_i(x)$ は、第 j 地域に出生し、 x 歳に達した種々の地域に居住する人びとの数（ただし、第 j 地域に出生したときの人口（いいかえれば、基数）を 1 としたときの値）をすべて加えた値、いいかえれば、第 j 地域に生れた 1 人の人が x 歳まで生きる平均年数である。

${}_0\mathbf{e}(x)$ は 0 歳の人びとが x 歳以後生存し得る延年数を x 才の人口（すなわち、これは $\hat{\mathbf{l}}(x)$ ）で割った値であるから、

$${}_0\mathbf{e}(x) = \mathbf{T}(x)[\hat{\mathbf{l}}(x)]^{-1} \quad (\text{I.2.9.1})$$

となる。このマトリクスの要素が第 j 地域に生まれ x 歳以後第 i 地域で生存し得る平均年数（すなわち、出生地別平均余命）であり、これは ${}_{j0}e_i(x)$ で示され、観察地域が 2 地域の場合は、 ${}_0\mathbf{e}(x)$ は、

$${}_0\mathbf{e}(x) = \begin{bmatrix} {}_{10}e_1(x) & {}_{20}e_1(x) \\ {}_{10}e_2(x) & {}_{20}e_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.9.2})$$

となる。

iii) 地域別生存率

i), ii) と同様に生き残る可能性の尺度の 1 つとして、地域別生存率 [survivorship]

$S(x)$ が考えられるが、この比率は、

$$S(x) = L(x+5)L^{-1}(x) \quad (\text{I.2.10})$$

で示される。また、 $S(x)$ は、観察地域が 2 地域のとき、

$$S(x) = \begin{bmatrix} s_{11}(x) & s_{21}(x) \\ s_{12}(x) & s_{22}(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.11})$$

というマトリクス、すなわち、地域別年齢別特殊生存率マトリクス [age specific matrix of survivorship proportions] で示される。ただし、 $s_{ji}(x)$ は、第 j 地域で出生した人のうち、第 i 地域を現居住地とする人が x 歳から $x+5$ 歳まで生存する確率である。

I. 3 地域間人口移動と地域別死亡率

ロジャースの分析法では、地域間人口移動と地域別死亡率とが同種類の値として取扱われる。ロジャースがこれらを同種類の値として取扱った理由は、彼の論文の中に、文章の形で明示的に示されてはいないが、理論の構成から判断して、明らかに人口移動も死亡も、ある 1 地域から見たとき、ともに、その地域が減少する（ここでは、人口移動のうち、特に流出についてのみ観察する。しかし、このことは、流入を無視していることにはならない。ある地域からの流出は、他の地域への流入を意味するからである）原因になる点にあるといえる。

I.2においては、地域別生存期間の測定がおこなわれたが、その生存期間の決定要因は、ここで取扱われる地域の人口を減少させる効果をもつ地域間移動と地域別死亡率である。これらは、年齢別流出率および死亡率 [age-specific outmigration and death probability] の行列 $M(x)$ を基礎として測定される。

ここで、 x 歳から $x+5$ 歳までの流出率および死亡率の行列 $M(x)$ は、実際には、

$$M(x) = \begin{bmatrix} [M_{1\delta}(x) + \sum_{j=2}^m M_{1j}(x)] & -M_{21}(x) \dots \dots \dots -M_{n1}(x) \\ -M_{12}(x) & [M_{2\delta}(x) + \sum_{j=1}^{m-1} M_{2j}(x)] \dots \dots \dots -M_{n2}(x) \\ \vdots & \\ -M_{1n}(x) & -M_{2n}(x) \dots \dots [M_{n\delta}(x) + \sum_{j=1}^{m-1} M_{nj}(x)] \end{bmatrix} \quad (\text{I.3.1})$$

で示される。ただし、 $M_{ij}(x)$ とは x 歳の人が $x+5$ 歳になるまでに第 i 地域から第 j 地域への移動をおこなう確率であり、 $M_{i\delta}(x)$ は、第 i 地域に現居住地をもつ x 歳の人が $x+5$ 歳になるまでの間に死亡する確率である。

ところで、ここで注意しなければならないことは、人びとの地域間移動は、一般的に、その人びとが x 歳から $x+5$ 歳までの間にたった一回だけ発生するのではなく、一回以上発生する。たとえば、いま、1人の人の移動が R_1, R_2, R_3 という 3 つの地域の間でおこなわれるとき、その人の x 歳から $x+5$ 歳までの期間の移動が、 R_1 から R_2 への移動のみである場合、第 1 回目に R_1 から R_2 への移動が起り、第 2 回目に R_2 から R_1 への移動が起る場合、あるいは、第 1 回目に R_1 から R_3 への移動が起り、第 $u-1$ 回目の移動で R_1 に移動し、第 u 回目に R_1 から R_2 への移動が起る場合などがあるが、もし、移動が x 歳から $x+5$ 歳までの期間にただ 1 回しか起らぬ、その移動は x 歳の時点に居住していた地域から $x+5$ 才の時点に居住している地域への移動であると定義するならば、上記の第 1 の場合は、 R_1 から R_2 への移動が起り、第 2 の場合は、移動が起らず、第 3 の場合は、 R_1 から R_2 への移動が起ったとみなされる。移動の経路が無視されるとき移動がこのように定義されることになる。移動をこのように定義することをロジャースは、前提 1 [option 1]¹⁴⁾ と呼んだ。これに対して、この定義をゆるめ、移動が x 歳から $x+5$ 歳までの期間の間に 1 回以上起り、たとえば、 R_1 から R_2 への移動が起ったことを R_1 から R_2 への移動が発生したとみな

14) Rogers, Andrei : op. cit. p. 82. Willekens, Frans and Andrei Rogers : op. cit. p. 47.

すことを、彼は、前提3 [option 3]¹⁵⁾と呼んだ¹⁶⁾。

式(I.3.1)は、前提3が用いられる場合に適用される $\mathbf{M}(x)$ の式である。このマトリクスの構造は、主対角要素とその他の要素の2種からなり立っているといえる。前者は、各地域(第 j 地域 ($j=1, 2, \dots, n$)) の流出率の総和 $\sum_{j=1}^m M_{ij}(x)$ と死亡率 $M_{i\delta}(x)$ との和であり、

その他の要素は、第 i 地域から第 j 地域への移動人口に (-1) を乗じたものである。

死亡率と地域間人口移動率とを分けて、それぞれ別個に表現したい場合には、第 i 地域における x 歳から $x+5$ 歳までの階級の死亡率 $M_{i\delta}(x)$ を

$$\delta \mathbf{M}(x) = \begin{bmatrix} M_{1\delta}(x) & 0 & 0 \\ 0 & M_{2\delta}(x) & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{n\delta}(x) \end{bmatrix} \quad (I.3.2)$$

というマトリクス $\delta \mathbf{M}(x)$ で示し、地域別流出率 $M_{ij}(x)$ を

$$\mathbf{M}_{ij}(x) = \begin{bmatrix} -\sum_{j=2}^m M_{1j}(x) & M_{21}(x) & \cdots & M_{m1}(x) \\ M_{12}(x) & -\sum_{j=1}^{m-1} M_{2j}(x) & \cdots & M_{m2}(x) \\ \vdots & & & \vdots \\ M_{1m}(x) & M_{2m}(x) & \cdots & -\sum_{j=1}^{m-1} M_{mj}(x) \end{bmatrix} \quad (I.3.3)$$

というマトリクス $\mathbf{M}_{ij}(x)$ で示すことができる。

したがって、 $\mathbf{M}(x)$ は、

$$\mathbf{M}(x) = \delta \mathbf{M}(x) - \mathbf{M}_{ij}(x) \quad (I.3.4)$$

15) Rogers, Andrei and Jacques Ledent : *Multiregional Population Projection* (Internal Working Paper), Laxenburg, International Institute for Applied Systems Analysis, published by Jean Cea, ed. : *Optimization Techniques: Modelling and Optimization in the Service of Man* Part 1, Berlin, Springer 1976. pp. 31~58. Willekens, Frans and Andrei Rogers, op. cit. p. 47.

16) ロジャースは、前提1を複数回移動を許さぬ (no multiple transitions) 仮定を用いた前提、前提3を前提1の仮定をゆるめた前提と定義している (Willekens, Frans and Andrei Rogers : op. cit. p. 47).

と定義することができよう。

興味あることには、 $\mathbf{M}(x)$ を用いて、 x 歳階級第 i 第 j 地域間移動確率 $p_{ij}(x)$ のマトリクス $\mathbf{P}(x)$ を算出することができる。すなわち、たとえば、観察地域が 2 地域の場合には、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(x) &= \begin{bmatrix} p_{11}(x) & p_{21}(x) \\ p_{12}(x) & p_{22}(x) \end{bmatrix} \\ &= \left[\mathbf{I} + \frac{5}{2} \mathbf{M}(x) \right]^{-1} \left[\mathbf{I} - \frac{5}{2} \mathbf{M}(x) \right] \end{aligned} \quad (I.3.5)$$

となる¹⁷⁾。

また、第 i 地域の死亡率 $q_i(x)$ は、式(I.3.5)の $p_{ij}(x)$ を用いて、

$$q_i(x) = 1 - \sum_{j=1}^n p_{ij}(x) \quad (I.3.6)$$

で示される。なんとなれば、

$$\sum_{j=1}^m p_{ij}(x) = p_i(x) \quad (I.3.7)$$

であり、

$$q_i(x) = 1 - p_i(x) \quad (I.3.8)$$

であるからである。

I. 4 地域別人口増加過程

これまでの部分では、人口構造の地域的特性が各種の指標を用いて記述され、あるいは計測されたが、ここでは、各地域の人びとそのものの時間的変化が分析される。この種の分析は、2つの方向に対してなされ、そのうちの1つの方向は、現在から将来へ向う方向であり、他の1つの方向は、将来から現在へ向う方向である。

現在から将来への方向による分析からは、「安定人口」が、また将来から現在の方向への分析からは、「安定等価人口」が得られる。

1) 安定人口

人口の地域的分布の時間的変化は、時点 t における地域別年齢別人口分布 [age and regional distribution of the population at

17) 前提1では、 $\mathbf{P}(x)$ の要素 $p_{ij}(x)$ は、

$$p_{ij}(x) = \frac{5M_{ij}(x)}{1 + \frac{5}{2}M_{i\delta}(x) + \frac{5}{2}\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n M_{ij}(x)}$$

となる。

time t] を示すベクトル $\mathbf{K}^{(t)}$ の変化によってとらえられる。ただし、 $\mathbf{K}^{(t)}$ とは、

$$\{\mathbf{K}^{(t)}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(t)}(0) \\ \mathbf{K}^{(t)}(5) \\ \vdots \\ \mathbf{K}^{(t)}(x) \\ \vdots \\ \mathbf{K}^{(t)}(z) \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.1})$$

である。また、 $\mathbf{K}^{(t)}(x)$ とは、時点における x 歳階級の地域的・人口である。たとえば、観察地域で 2 地域に区分されている場合には、

$$\mathbf{K}^{(t)}(x) = \begin{bmatrix} K_1^{(t)}(x) \\ K_2^{(t)}(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.2})$$

となる。 $K_i^{(t)}(x)$ は、第 i 地域の時点 t における x 歳階級 (x 歳から $x+5$ 歳までの年齢階級) の人口である。したがって、 $\{\mathbf{K}^{(t)}\}$ を $K_i^{(t)}(x)$ ($i=1, 2$) を用いて書けば、

$$\{\mathbf{K}^{(t)}\} = \begin{bmatrix} K_1^{(t)}(0) \\ K_2^{(t)}(0) \\ K_1^{(t)}(5) \\ K_2^{(t)}(5) \\ \vdots \\ K_1^{(t)}(x) \\ K_2^{(t)}(x) \\ \vdots \\ K_1^{(t)}(z) \\ K_2^{(t)}(z) \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.3})$$

のように書ける。

時間の経過に従って、このような構造をもつた各地域の人口から、新しい人口 (0 歳の人口) が出生し、死亡が発生し、そして、人口の地域間移動が現われて、各地域の人口は、次第に変化していくのである。したがって、いま、1 期間 (ここでは 5 年)¹⁸⁾ 経過するとき、 $\{\mathbf{K}^{(t)}\}$ は、上記のような変化を受けて、 $\{\mathbf{K}^{(t+1)}\}$ となる。この変化過程は、

$$\{\mathbf{K}^{(t+1)}\} = \mathbf{G}\{\mathbf{K}^{(t)}\} \quad (\text{I.4.4})$$

18) 年齢階級の幅が 5 歳であるときは、1 期間の長さは 5 年とされる。

という形の式で表現される。ただし、 \mathbf{G} は、ロジャースが多地域マトリクス型成長演算子 [multiregional matrix growth operator] あるいは、簡単に成長マトリクス [growth matrix]、あるいは、また、一般化レスリー・マトリクス [generalized Leslie matrix] と名づけたマトリクスである。これは、その名称から示唆されるように、レスリー・マトリクス¹⁹⁾を地域別人口解析のために拡張したものであるといえる。これは、たとえば、観察地域が 2 地域であるとき、式(I.4.5) [48~49 頁] によって定義される。ただし、 $b_{ij}(x)$ は、 x 歳階級の第 i 地域居住女子 1 人あたりの出産児中、1 期間 (5 年間) の期末に第 j 地域に生存する平均人數 [the average number of babies born during the unit time interval and alive in region j at the end of that interval, per x

19) レスリー・マトリクスとは、一般に、時点 t における年齢別人口 (これは地域別年齢別人口ではなく、一地域内の年齢別人口である) を $\{\mathbf{K}^{(t)}\}$ とするとき、

$$\mathbf{L}\{\mathbf{K}^{(t)}\} = \{\mathbf{K}^{(t+1)}\}$$

を満たすマトリクス \mathbf{L} である。この \mathbf{L} は、 α および β を、それぞれ、妊娠可能な年齢の下限および上限とするとき、

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & b(\alpha-5) & \cdots & b(\beta-5) & \cdots & 0 & 0 \\ s(0) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & s(5) & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & s(z-5) & 0 \end{bmatrix}$$

で示されるマトリクスである。ただし、 $b(x)$ は x 歳から $x+5$ 歳までの期間内の女子 1 人あたりの出産児数、 $s(x)$ は x 歳から $x+4$ 歳までの年齢階級の人びとのうち $x+5$ 歳から $x+9$ 歳までの年齢階級まで生存する人びとの割合 (x 歳階級の生存率) である。したがって、

$$\{\mathbf{K}^{(t)}\} = \begin{bmatrix} K_0^{(t)} \\ K_5^{(t)} \\ \vdots \\ K_z^{(t)} \end{bmatrix} \quad \{\mathbf{K}^{(t+1)}\} = \begin{bmatrix} K_0^{(t+1)} \\ K_5^{(t+1)} \\ \vdots \\ K_z^{(t+1)} \end{bmatrix}$$

としたとき、

$$\begin{aligned} \mathbf{L}\{\mathbf{K}^{(t)}\} &= \begin{bmatrix} b(\alpha-5)K_{\alpha-5}^{(t)} + \cdots + b(\beta-5)K_{\beta-5}^{(t)} \\ s(0)K_0^{(t)} \\ s(5)K_5^{(t)} \\ \vdots \\ s(z-5)K_{z-5}^{(t)} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \{\mathbf{K}^{(t+1)}\} \end{aligned}$$

が成立する。ただし、 $K_x^{(t)}$ は時点 t における x 歳から $x+5$ 歳までの人口である (Keyfitz, Nathan: op. cit. p. 31)。

$$G = \begin{bmatrix} & \overbrace{0} & & \overbrace{5} & & \overbrace{\alpha-10} & & \overbrace{\alpha-5} \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{11}(\alpha-5) & b_{21}(\alpha-5) \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{12}(\alpha-5) & b_{22}(\alpha-5) \dots \\ 0 \{ & s_{11}(0) & s_{21}(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & s_{12}(0) & s_{22}(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ 5 \{ & 0 & 0 & s_{11}(5) & s_{21}(5) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & s_{12}(5) & s_{22}(5) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & \vdots \\ \alpha-10 \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{11}(\alpha-10) & s_{21}(\alpha-10) & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{12}(\alpha-10) & s_{22}(\alpha-10) & 0 & 0 \dots \\ \alpha-5 \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{11}(\alpha-5) & s_{21}(\alpha-5) \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{12}(\alpha-5) & s_{22}(\alpha-5) \dots \\ & \vdots \\ x \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & \vdots \\ \beta-5 \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ \beta \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & \vdots \\ z-5 \{ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \end{bmatrix}$$

to $(x+4)$ -year-old resident of region i at the beginning of that interval] であり, $s_{ij}(x)$ は, 時点 i においても第 i 地域で生存していた x 歳階級の (x 歳から $x+4$ 歳までの) 人びとのうち, 時点 $t+1$ (時点 t から 5 年後の時点) において第 j 地域で生存している人びとの割合 [the proportion of x to $(x+4)$ -year-old residents of region i at time to who are alive and $x+5$ -to $x+9$ -year-old in region j five years later at time $t+1$] である。また, 式 (I.4.5) のマトリクスの周囲の数字は, マトリクスの要素の意味を明示する

ためのものであり, 一般に, 数字 x ($x=0, 5, \dots, \alpha-10, \alpha-5, \dots, x, \dots, \beta-5, \beta, \dots, z-5, z$) は, それが与えられた部分は, x 歳階級に関する要素の存在する部分であることを示す。なお, α は出産可能の最初の年齢 [the first age of child bearing] であり, β は出産可能の最後の年齢 [the last age of child bearing] である。

式 (I.4.5) で示される一般化レスリー・マトリクス G において, 同一の x をもつ要素からなる部分を $B(x)$ ならびに $S(x)$ で示すならば,

$$\begin{array}{cccccc}
 & \overbrace{x} & & \overbrace{\beta-5} & & \\
 \cdots \cdots b_{11}(x) & b_{21}(x) & \cdots \cdots b_{11}(\beta-5) & b_{21}(\beta-5) & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots b_{12}(x) & b_{22}(x) & \cdots \cdots b_{12}(\beta-5) & b_{22}(\beta-5) & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots s_{11}(x) & s_{21}(x) & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots s_{12}(x) & s_{22}(x) & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots s_{11}(\beta-5) & s_{21}(\beta-5) & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots s_{12}(\beta-5) & s_{22}(\beta-5) & 0 & 0 \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & s_{11}(\beta) & s_{21}(\beta) \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & s_{12}(\beta) & s_{22}(\beta) \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & s_{11}(z-5) \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & s_{21}(z-5) \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & s_{12}(z-5) \\
 \cdots \cdots 0 & 0 & \cdots \cdots 0 & 0 & 0 & s_{22}(z-5)
 \end{array}
 \quad (I. 4. 5)$$

$$\mathbf{B}(x)=\begin{bmatrix} b_{11}(x) & b_{21}(x) \\ b_{12}(x) & b_{22}(x) \end{bmatrix} \quad (I. 4. 6)$$

および

$$\mathbf{S}(x)=\begin{bmatrix} s_{11}(x) & s_{21}(x) \\ s_{21}(x) & s_{22}(x) \end{bmatrix} \quad (I. 4. 7)$$

となるが、これらのマトリクスを、それぞれ、出産マトリクス [child bearing matrix] $\mathbf{B}(x)$ および生残率マトリクス [survivorship proportions matrix] $\mathbf{S}(x)$ という。

いま、マトリクス \mathbf{G} をこれら 2 種のマトリクス $\mathbf{B}(x)$, $\mathbf{S}(x)$ によって示してみると、式

(I. 4.8) [50 頁] となる。 \mathbf{G} の具体的構造は、式 (I. 4.5) によって明瞭に示されるが、その特徴は、むしろ、これを簡潔に示した式 (I. 4.8) によって明示される。

なお、 $\mathbf{S}(x)$ は、

$$\mathbf{S}(x)=\mathbf{L}(x+5)[\mathbf{L}(x)]^{-1} \quad (I. 4. 9)$$

または、特に、前提 3 を用いるとき、

$$\mathbf{S}(x)=\left[\mathbf{I}+\frac{5}{2}\mathbf{M}(x+5)\right]^{-1}\left[\mathbf{I}-\frac{5}{2}\mathbf{M}(x)\right] \quad (I. 4. 10. 1)$$

によって算出される。 $\mathbf{S}(x)$ のうち、 $\mathbf{S}(z-5)$ は、その特殊な性質（最高年齢階級、すなわち、

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \alpha-10 & \alpha-5 & x & \beta-5 & \beta & z-5 & z \\ 0 & 0 & \dots & 0 & B(\alpha-5) & \dots & B(x) & B(\beta-5) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S(0) & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 5 & 0 & S(5) & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha-10 & 0 & 0 & \dots & S(\alpha-10) & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha-5 & 0 & 0 & \dots & 0 & S(\alpha-5) & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & S(x) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \beta-5 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & S(\beta-5) & \dots & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & S(\beta) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z-5 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & S(z-5) & 0 \end{bmatrix}$$

(I. 4. 8)

z 歳階級より 5 歳低い年齢階級であるという特質) から、特に、

$$S(z-5) = \frac{1}{5} M^{-1}(z) \left[I - \frac{5}{2} M(z-5) \right] \quad (\text{I. 4. 10. 2})$$

によって算出される。

いま、初期の時点を 0 としたとき、時点 t における人口構造 $\{K^{(t)}\}$ は²⁰⁾、

$$\{K^{(t)}\} = G^t \{K^{(0)}\} \quad (\text{I. 4. 11})$$

で示される。

$\{K^{(t)}\}$ の t を変化させると、地域別人口の増加過程 [multiregional population projection] がえがき出される。時点 ∞ の将来における人口構造 $\{K^{(\infty)}\}$ は、 G が一定であることを前提として、

$$\{K^{(\infty)}\} = \lim_{t \rightarrow \infty} G^t \{K^{(0)}\} \quad (\text{I. 4. 12})$$

によって得られる。

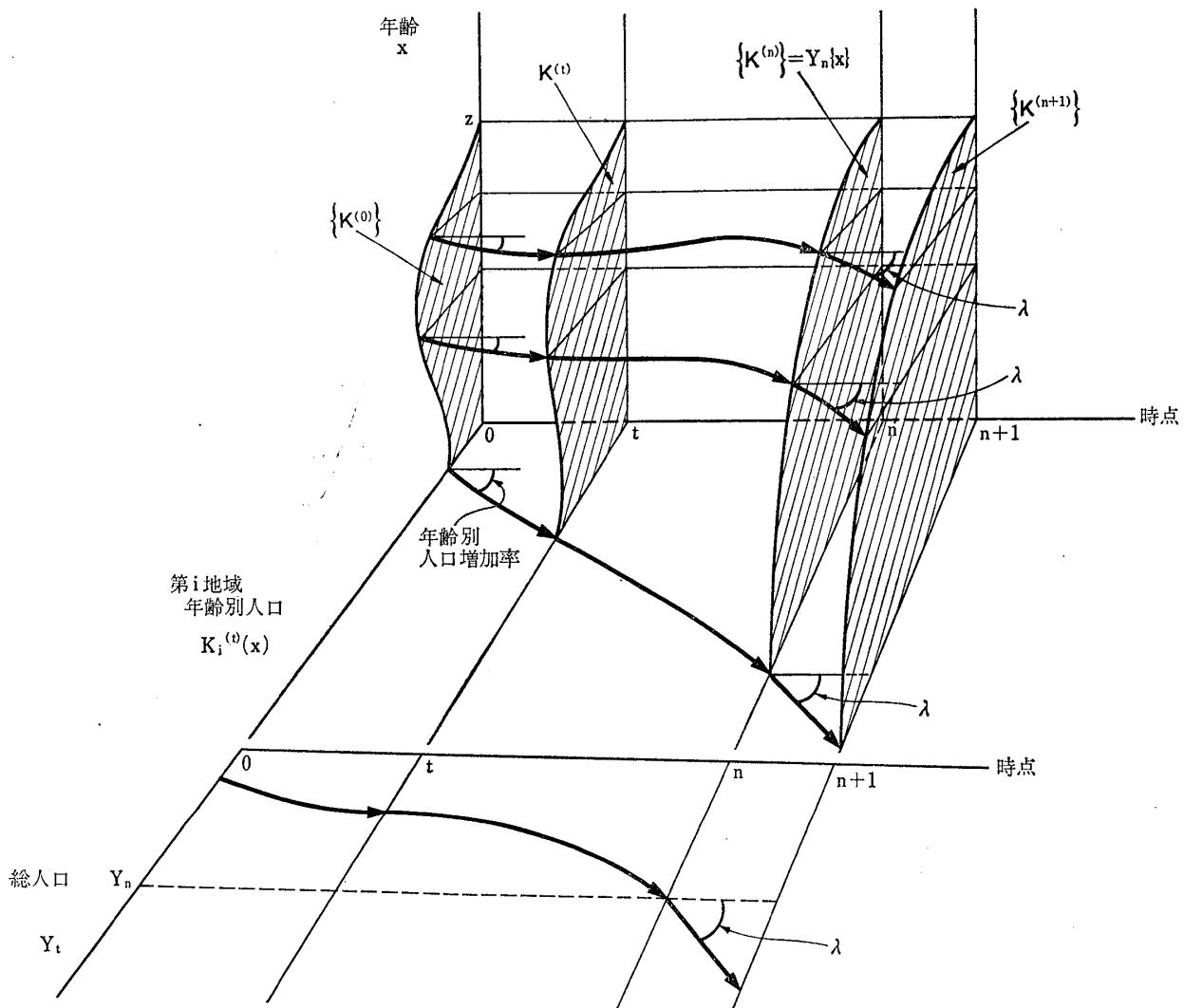
もしも、 t が ∞ にまでならなくとも、十分大きな n になるならば、 $\{K^{(n)}\}$ の構造は、 $K^{(0)}$ とは異ったある構造へと変化し、その構造——そのときの構造を $Y_n\{\mathbf{x}\}$ で示す。ただし、 Y_n は、

時点 n の総人口、 $\{\mathbf{x}\}$ はベクトルで示された地域別年齢別人口構成比率であり、このベクトルの要素の合計は 1 である²¹⁾。——においては、人口は、各期毎に G というマトリクスによって変化（増加）するが、やがて、人口は安定人口 [stable population] に達し、その各地域の各年齢階級の人口は、すべて、ある一定の倍率 λ で増加するようになる。このとき、地域別年齢別人口構成比率 $\{\mathbf{x}\}$ も一定となる。

21) ロジャースは、安定人口となった地域年齢別人口構成比率を $\{\mathbf{x}\}$ で示しているが、この記号は $\{k(x)\}$ とするよりその意味を明確に表示し得るであろう。 x は、本来、年齢階級を示すための文字であるから、地域別年齢別人口構成比率を $\{\mathbf{x}\}$ のかわりに $\{k(x)\}$ によって示すことによって、地域別年齢別人口構成比率と x の関数の形で表示することができる。なお、 $\{k(x)\}$ は、観察地域が 2 地域のとき、

$$\{k(x)\} = \begin{bmatrix} k_1(0) \\ k_2(0) \\ k_1(5) \\ k_2(5) \\ \vdots \\ k_1(x) \\ k_2(x) \\ \vdots \\ k_1(z) \\ k_2(z) \end{bmatrix}$$

20) ロジャースは、記号 { } を列ベクトル示すための記号としている。

図 1 $\{K^{(t)}\}$ および総人口 Y_t 

いま、この $\{K^{(n)}\}$ の変化の過程を図示すれば、図1のようになる。この図では、時点 t が横軸に、年齢別人口ならびに総人口が縦軸に（ただし、総人口の目盛と年齢別人口の目盛は共通ではない）、年齢が垂直方向の軸に示され

という形で示される。このとき、 $k_i(x)$ は、第 i 地域の x 歳階級の全人口中に占める割合であり、

$$k_i(x) = \frac{K_i^{(n)}(x)}{Y_n}$$

である。地域の総個数を m とするとき、

$$\sum_{i=1}^m k_i(x) = Y_n$$

であるから、

$$\{1\}' \{x\} = \sum_{i=1}^m \sum_{x=0}^z k_i(x) = 1$$

となる。ただし、 $\{1\}'$ は $\{x\}$ の要素の個数と同じ個数の 1 からなる行ベクトル $[1 \ 1 \ \dots \ 1]$ である ($\{1\}$ も $\{x\}$ も列ベクトルである)。

ている。そして、 $\{K^{(0)}\}$ 、 $\{K^{(t)}\}$ における年齢別人口構成比率は異っているが、 t が大きくなり、 n ならびに $n+1$ という値をとる時点では、人口構成比率が一定となるという事実が明示されている。なお、この時点では、総人口増加倍率が年齢別人口増加倍率と同じ λ という値になることも示されている。

2) 安定等価人口

式 (I.4.11) によって、 $\{K^{(n)}\}$ は、

$$\{K^{(n)}\} = G^n \{K^{(0)}\} \quad (\text{I.4.13})$$

となるが、この $K^{(n)}$ が図1のよう、安定人口に達しているならば、

$$\{K^{(n)}\} = \lambda \{K^{(n-1)}\} \quad (\text{I.4.14})$$

が成立している。しかし、 $\{K^{(0)}\}$ や $\{K^{(1)}\}$ は、

安定人口ではないから、 λ ならびに $\{K^{(0)}\}$ 、または $\{K^{(1)}\}$ を用いて $\{K^{(n)}\}$ を表現することはできない。すなわち、

$$\{K^{(n)}\} = \lambda^n \{K^{(0)}\} \quad (\text{I.4.15.1})$$

あるいは、

$$\{K^{(n)}\} = \lambda^{n-1} \{K^{(1)}\} \quad (\text{I.4.15.2})$$

のようには書けない。

$$\lambda^n \{K^{(0)}\} \neq \{K^{(n)}\} \quad (\text{I.4.16.1})$$

$$\lambda^{n-1} \{K^{(1)}\} \neq \{K^{(n)}\} \quad (\text{I.4.16.2})$$

なのである。

いま、 $\{K^{(n)}\}$ を λ^n という要素を用いて示そうとするならば、時点 0 における人口として、 $\{K^{(0)}\}$ ではなく、想定された $Y\{\mathbf{x}\}$ という人口（地域別年齢別人口）を用意しなければならない。ただし、 Y は

$$\lambda^n Y\{\mathbf{x}\} = \{K^{(n)}\} \quad (\text{I.4.17})$$

を満足させる総人口、 $\{\mathbf{x}\}$ は $\{K^{(n)}\}$ と同一の地域別年齢別構造をもった人口の全人口に対する地域別年齢別人口の構成比率である。

図 1 にも示したように、安定人口となった $\{K^{(n)}\}$ は、

$$\{K^{(n)}\} = Y_n \{\mathbf{x}\} \quad (\text{I.4.18})$$

で示されるが、式(I.4.17)の $\{\mathbf{x}\}$ は、この式(I.4.18)の $\{\mathbf{x}\}$ である。このとき、式(I.4.17)から、

$$\{K^{(n)}\} = \lambda^n Y\{\mathbf{x}\} \quad (\text{I.4.19})$$

という関係が成立する。

式(I.4.13)と式(I.4.19)によれば、

$$G^n \{K^{(0)}\} = \lambda^n Y\{\mathbf{x}\} \quad (\text{I.4.20})$$

といいう関係が得られる。また、 $\{\mathbf{x}\}$ の性質から、

$$\{\mathbf{1}\}' \{\mathbf{x}\} = 1 \quad (\text{I.4.21})$$

が成立するから²²⁾、式(I.4.20)の両辺に $\{\mathbf{1}\}'$ を乗じると、

$$\{\mathbf{1}\}' G^n \{K^{(0)}\} = \lambda^n Y \quad (\text{I.4.22})$$

が成立する。この式から、

$$Y = \frac{1}{\lambda^n} \{\mathbf{1}\}' G' \{K^{(0)}\} \quad (\text{I.4.23})$$

22) 脚注 21) に示されているように、

$\{\mathbf{1}\}' \{\mathbf{x}\} = 1$

が成立する。

が得られる。この Y はスカラーであって、 λ で増加した時点 n において $\{K^{(n)}\}$ という人口が形成されるために必要な理論的初期人口である。これをロジャースは、安定等価人口 (stable equivalent)²³⁾ と名づけた。この安定等価人口は、いわば、将来の人口を、あらためて、将来から現在の方向に向って分析した結果得られた理論的「初期人口」であるといえる。そして、これは、 G によって変化するのではなく、つねに λ という増加率によって変化して行き、将来の時点 n において安定人口 $\{K^{(n)}\}$ (これは、実際の人口構造 $\{K^{(0)}\}$ と G とによって得られた安定人口である) に到達し得るための初期の理論的な地域的人口構造であるといえる。

図 2 は、 $\{K^{(n)}\}$ が $\lambda^n Y\{\mathbf{x}\}$ であり、 $Y\{\mathbf{x}\}$ が、 $\lambda^{-n} \{K^{(n)}\}$ であること、また、総人口が時点 n において Y_n であるとき、安定等価人口 Y が $\lambda^{-n} Y_n$ であることを明示した図である。

さらに、図 3 は、 $Y\{\mathbf{x}\}$ と $\{K^{(0)}\}$ との差異、ならびに、 Y と Y_0 (時点 0 における現実の総人口) との差異を明示した図である。

なお、これまでの議論から、 λ は安定人口の人口増加倍率であり、安定等価人口から λ という人口増加倍率で増加する人口の時点 t における大きさ $Y_{(t)}$ は、

$$Y_{(t)} = \lambda^t Y \quad (\text{I.4.24})$$

となるが、この λ は、時点を測定する期間の単位が 5 年であるとき、 e^{5r} で示される²⁴⁾。ただし、 r は年間人口増加倍率 [annual growth rate] である。したがって、

$$Y_{(t)} = (e^{5r})^t Y \quad (\text{I.4.25})$$

あるいは、

$$\lambda = e^{5r} \quad (\text{I.4.26})$$

が成立する。それ故、人口増加倍率 λ と人口増加倍率 r との間には、

$$r = \frac{1}{5} \log_e \lambda \quad (\text{I.4.27})$$

23) 南條は、これを「安定同値人口」と訳した(黒田俊夫、岡崎陽一、南條善治、鈴木啓祐、大塚友美:「ロジャースモデルとその日本人口への適用」『日本統計学会誌』Vol. 10, No. 1, 1980年, 73-83頁)。

24) Willekens, Frans and Andrei Rogers: op. cit. p. 69.

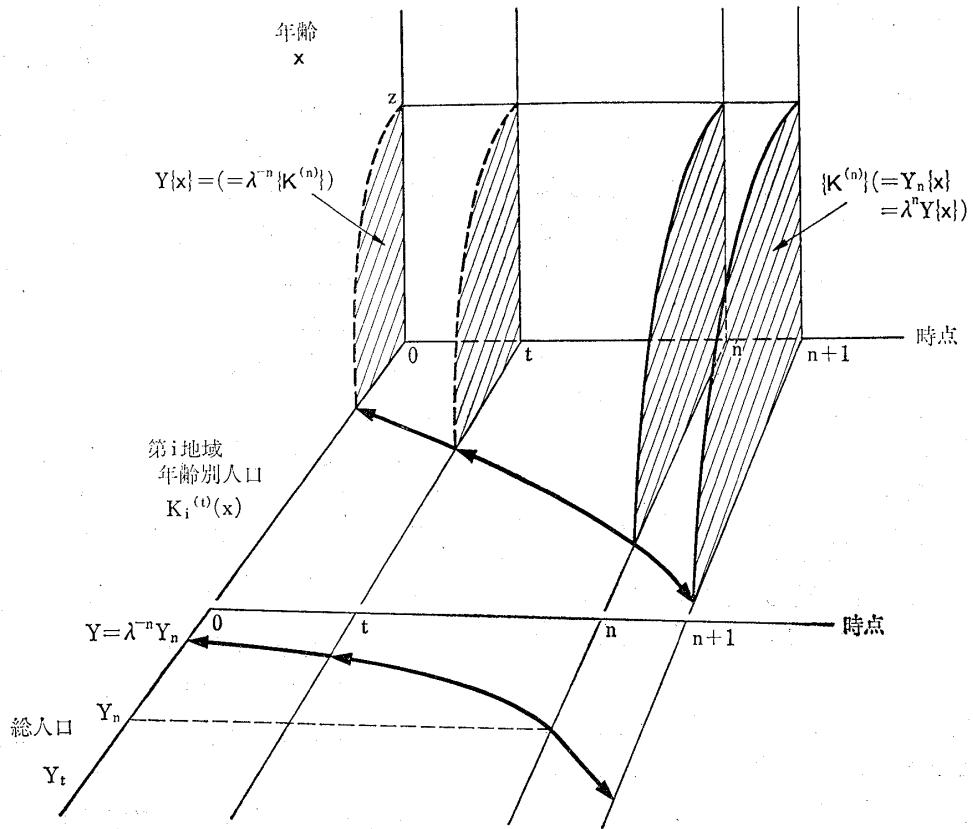
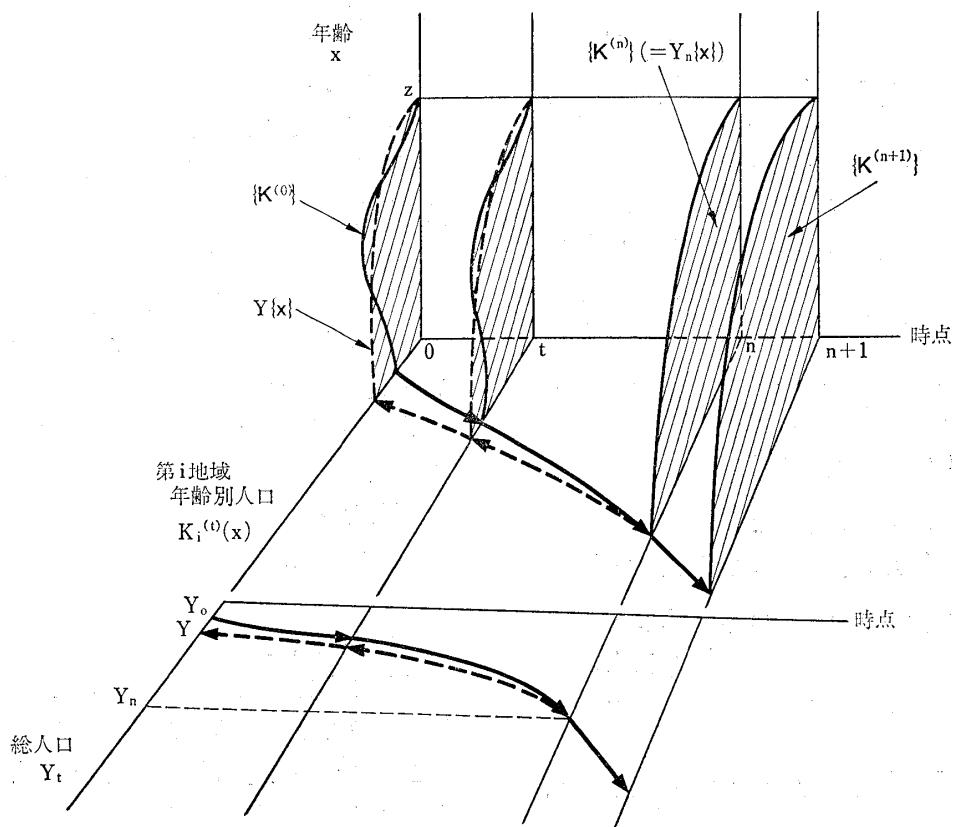
図 2 安定人口 $\{K^{(n)}\}$ および安定等価人口 Y 

図 3 安定等価人口と現実の人口との比較



という関係が見いだされ²⁵⁾、これを用いて λ から r を算出することができる。

I. 5 出産力分析

ロジャースは、上記の地域的人口変動に関する分析方法を述べた後、ふたたび生出ならびに死亡に関する構造の地域的特性の分析法を論じる。彼は、ここでは、まず、出産力の分析からはじめる。

地域別年齢別出産力 [fertility] は、マトリクス $\mathbf{F}(x)$ で示される。この $\mathbf{F}(x)$ は、観察地域が 2 地域の場合、

$$\mathbf{F}(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) & 0 \\ 0 & F_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.5.1})$$

で示される。ただし、 $F_i(x)$ ($i=1, 2$) は、 x 歳から $x+4$ 歳までの入びとの 1 年あたり平均出産数である。

この $F_i(x)$ を用いると、地域別粗出生率 (regional crude birth rate) $\{\mathbf{b}^0\}$ (これは、ベクトルである) が得られる。これは、

$$\{\mathbf{b}^0\} = [\sum_{x=0}^z \mathbf{F}(x) \mathbf{K}(x)] [\sum_{x=0}^z \mathbf{K}(x)]^{-1} \quad (\text{I.5.2})$$

によって得られる。この式の右辺の $[\sum \mathbf{F}(x) \mathbf{K}(x)]$ は、地域別年間出生数であり、 $[\sum \mathbf{K}(x)]$ は各地域の総人口である。

また、 $\mathbf{F}(x)$ は $\mathbf{L}(x)$ を用いると一般化純出産関数 (generalized net maternity function) (**GNM**) $\phi(x)$ の近似値 $\bar{\phi}(x)$ (一は、資料を用いて得られる値であることを示す記号である) を得ることができる。ただし、 $\phi(x)$ は、観察地域が 2 地域である場合は、

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \begin{bmatrix} {}_1\phi_1(x) & {}_2\phi_1(x) \\ {}_1\phi_2(x) & {}_2\phi_2(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_1(x) {}_{10}l_1(x) & m_1(x) {}_{20}l_1(x) \\ m_2(x) {}_{10}l_2(x) & m_2(x) {}_{20}l_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.5.3}) \end{aligned}$$

によって定義されるマトリクスである。この式

で、 $m_i(x)$ は、地域別年齢別出生率であり、第 i 地域の x 歳階級の出生率である。また、 ${}_i\phi_j(x)$ は、1 単位期間内(式 (I.5.3) が、 $\phi(x)$ の算出用の式でなく、このマトリクスの理論的構造を示す式であり、この場合、1 単位期間は 1 年間である) に第 j 地域において第 i 地域で出生した x 歳の母から生まれる子の数である。

式 (I.5.3) の近似式として、 $\bar{\phi}(x)$ があるが、これは、

$$\bar{\phi}(x) = \mathbf{F}(x) \mathbf{L}(x) \quad (\text{I.5.4})$$

で与えられる。

この $\bar{\phi}(x)$ を用いて、地域別純再生産率 (net reproduction rate) (**NRR**) が算出され得る。**NRR** は、観察地域が 2 地域であるとき、

$$\mathbf{NRR} = \begin{bmatrix} {}_1NRR_1 & {}_2NRR_1 \\ {}_1NRR_2 & {}_2NRR_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.5.5})$$

によって示されるマトリクスである。ただし、 ${}_iNRR_j$ は、第 i 地域で出生した 1 女子 (母) から第 j 地域において出生する子の総数である。

ところで、**NRR** は **GNM** 関数 $\phi(x)$ の第 n 次の積率 (nth moment of GNM function) $R(n)$ を

$$R(n) = \int_{\alpha}^{\beta} x^n \phi(x) dx \quad (\text{I.5.6})$$

によって定義するとき、この関数の第 0 次の積率 $R(0)$ に一致する。この式の α, β は、式 (I.4.5) で定義されているように、それぞれ、出産可能の最低年齢および最高年齢である。

さらに興味あることは、 $R(0)$ の固有値 λ は、全地域の純再生産率 (net reproduction rate) である。すなわち、

$$[\mathbf{R}(0) - \lambda \mathbf{I}] = 0 \quad (\text{I.5.7.1})$$

または、

$$[\mathbf{NRR} - \lambda \mathbf{I}] = 0 \quad (\text{I.5.7.2})$$

の λ が全地域の純再生産率となる。

I. 6 移動構造分析

出産力分析に次いで、人口の地域間移動構造分析がおこなわれる。人口の地域間移動の構造は I.4においても分析されているが、ここでの分析は、その分析とはやや異っている。すなわち

25) Willekens, Frans and Andrei Rogers : op. cit. p. 71.

ち、I.4においては、地域別死亡率との関連の下に人口の地域間移動が解析されたのであるが、ここでは、特に移動そのものに関する特性について解析がおこなわれ、まず第1に、移動規模を測定するための移動水準、ならびに地域別流出率が算出される。

1) 移動水準

移動水準 [migration level] は、第 i 地域に出生した人が第 i 地域以外の地域に居住する期間の長さによって測定される。いうまでもなく、この期間の長さが長い程、移動水準は高いとみなされる。この水準を測定するためには、地域別平均生存期間 (expected duration) を測定しなければならないが、この値の算出のためには、平均余命マトリクス (life expectancy matrix) $e(0)$ が用いられる。ただし、 $e(0)$ は、式 (I.2.7) における ${}_i e_j(x)$ の x を 0 としたときの値 ${}_i e_j(0)$ を ${}_i e_j(0)$ と書いたとき、

$$e(0) = \begin{bmatrix} {}_1 e_1(0) & {}_2 e_1(0) \\ {}_1 e_2(0) & {}_2 e_2(0) \end{bmatrix} \quad (I.6.1)$$

で定義されるマトリクスである。すなわち、第 i 地域で出生した 0 歳の人が将来第 j 地域で生活する平均期間 ${}_i e_j(0)$ を要素とするマトリクスである。

出生地域から移動して他地域で生活する傾向の強さは、第 i 地域で出生した人が第 j 地域で生活する期間の相対的長さ [the fraction of an individual's lifetime that is spent in a particular region] によって表現され得る。この相対的長さを移動水準 [migration level] ${}_i \theta_j$ と称し、

$${}_i \theta_j = \frac{{}_i e_j(0)}{{}_i e(0)} \quad (I.6.2)$$

によって定義する。ただし、 ${}_i e(0) = \sum_{j=1}^m {}_i e_j(0)$ である。

2) 地域別流出率

1) においては、1人の人の1生涯における移動の状態が測定されたのであるが、ここでは、それに対して、年齢別の移動状態の程度が測定される。この状態の測定においては、 $M_1^0(x)$

を要素とするマトリクス $M^0(x)$ が用いられる。

$M^0(x)$ とは、

$$M^0(x) = \begin{bmatrix} M_1^0(x) & 0 \\ 0 & M_{20}(x) \end{bmatrix} \quad (I.6.3)$$

である。ただし、

$$M_j^0(x) = \sum_{i=1}^m M_{ij}(x) \quad (I.6.4)$$

である。式 (I.6.4) の $M_{ij}(x)$ は、 x 歳から $x+4$ 歳までの人口びとの第 i 地域から第 j 地域への流出率である。

上記のように定義された $M^0(x)$ を用いて、 x 歳階級の移動量マトリクス $r(x)$ は、

$$r(x) = M^0(x) L(x) \quad (I.6.5)$$

で示されるが、この要素は第 i 地域の x 歳階級の人口のうち、その他の地域へ1期間内に(5年間に) 移動する量である。

また、純移動発生マトリクス [net migration production matrix] NMR は、

$$NMR = \sum_{x=0}^z r(x) \quad (I.6.6)$$

によって示される。このマトリクスは ${}_i NMR_j$ を要素とするマトリクスであり、観察地域が 2 地域の場合には、

$$NMR = \begin{bmatrix} {}_1 NMR_1 & {}_2 NMR_1 \\ {}_1 NMR_2 & {}_2 NMR_2 \end{bmatrix} \quad (I.6.7)$$

という形態をもっている。 ${}_i NMR_j$ は、第 i 地域で生れ、第 j 地域に居住している人のうち、第 j 地域以外に流出する人の割合である。したがって、観察地域が 2 地域に区分されている場合には、流出先は明瞭であるが、多地域では、それが(すなわち、どの地域へ流出したかが)不明である。

I. 7 出生構造解析

ロジャースは、これまで見て来たように、各種の年齢階層の地域的分布構造の分析法を提案しているが、それと同時に、特に 0 歳の人口の地域的分布の分析法をも提示している。

彼は、出生構造を時間的に変化して行く人口から現われる 0 歳人口の地域的分布の変化の分析によってとらえようとした。

まず、第1世代の女子の0歳の人口の地域的分布を $\{Q_1\}$ で示す。このとき、人口が増加率 r で増加しているならば、第 t 世代（ここで、 t は十分大きい値をもち得るとする）の0歳人口の地域的分布 $\{Q^{(t)}\}$ は、

$$\{Q^{(t)}\} = e^{rt} c \{Q_1\} \quad (\text{I.7.1})$$

で示される。ただし、 c は、ある一定の定数である。この $\{Q^{(t)}\}$ を究極出生軌道 [ultimate birth trajectory] という。

この $\{Q^{(t)}\}$ が得られたとき、 t を 0 とすれば、

$$\{Q^{(0)}\} = c \{Q_1\} \quad (\text{I.7.2})$$

という値 $\{Q^{(0)}\}$ が得られるが、このベクトルを $\{Q\}$ と書き、安定等価出生数 [stable equivalent] という。これは、増加率 r で増加し、第 t 世代で $\{Q^{(t)}\}$ という出生構造になるための第0世代の0歳人口の地域的分布を示す（なお、「安定」という語は、安定人口についての値であることを示す語である）。

I. 8 各種内在率

ロジャースは地域的人口の特性を示すために、各種の内在率 [intrinsic rate] の測定を提案している。一般に、内在率は、各地域の静止人口 [stationary population]——これは、生命表における人口である——に関する値ではなく、安定人口 [stable population] に関する値である。いいかえれば、内在率は、各地域の安定人口の特性を示す指標であるといえる。

1) 内在出生率

式 (I.4.33) によれば、安定等価人口 Y は、適当に大きな n を用いて得られた λ^n , G , および $K^{(n)}$ を用いて算出することができる。また、 $\{x\}$ は、式 (I.4.17) から、

$$\{x\} = \frac{1}{\lambda^n Y} \{K^{(n)}\} \quad (\text{I.8.1})$$

によって得られる。ここで、 $Y\{\mathbf{x}\}$ によって得られる地域別年齢別人口は、安定等価人口の地域別年齢別人口である。いま、安定等価人口における第 i 地域の x 歳階級の人口を $Y_i(x)$ で示すならば、地域の個数が 2 個であるときは、

$$Y\{\mathbf{x}\} = \begin{bmatrix} Y_1(0) \\ Y_2(0) \\ Y_1(5) \\ Y_2(5) \\ \vdots \\ Y_1(x) \\ Y_2(x) \\ \vdots \\ Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.2})$$

となる。このベクトルの要素を地域別に分類して、各地域毎に、その総和を算出すると、安定等価人口における地域別総人口のベクトルが得られる。このベクトルを $\{Y\}$ で書けば、一般に、

$$\{Y\} = \begin{bmatrix} \sum_{x=0}^z Y_1(x) \\ \vdots \\ \sum_{x=0}^z Y_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.3.1})$$

地域の個数が 2 個であるときは、

$$\{Y\} = \begin{bmatrix} \sum_{x=0}^z Y_1(x) \\ \sum_{x=0}^z Y_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.3.2})$$

となる。このベクトルの要素となっている地域別総人口（安定等価人口 地域別総人口）を Y_i ($i=1, 2, \dots, m$) で示せば、

$$\{Y\} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.4})$$

となる。さらに、いま、このベクトルの要素を正方行列の主対角要素 [principal diagonal element] とする行列を \mathbf{Y} とすれば、 \mathbf{Y} は、安定等価人口の地域別総人口の対角行列 [the diagonal matrix of stable equivalents of total populations] であり、一般に、

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & Y_m \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.5})$$

となる。

この式(I.8.5)で定義されるマトリクス \mathbf{Y} 地域別安定等価人口の逆行列を $\{\mathbf{Q}\}$ に乗じた値 $\{\mathbf{b}\}$, すなわち,

$$\{\mathbf{b}\} = \mathbf{Y}^{-1} \{\mathbf{Q}\} \quad (\text{I.8.6})$$

あるいは,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{b}\} &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{Q_1}{Y_1} & 0 \\ 0 & \frac{Q_2}{Y_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.8.7})$$

が内在出生率である。内在出生率とは、安定等価人口のもつ出生率であるといえる。

2) 内在死亡率

上記の安定等価出生数 $\{\mathbf{Q}\}$ が得られると,

$$\{\mathbf{K}(x)\} = e^{-r(x+2.5)} \mathbf{L}(x) \{\mathbf{Q}\} \quad (\text{I.8.8})$$

によって、 x 歳から $x+4$ 歳までの安定等価人口 $\{\mathbf{K}(x)\}$ を算出することができる。この $\{\mathbf{K}(x)\}$ は、2 地域の場合,

$$\{\mathbf{K}(x)\} = \begin{bmatrix} K_1(x) & 0 \\ 0 & K_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.9})$$

という形のマトリクスである。この $\{\mathbf{K}(x)\}$ を用いて、安定等価人口のもつ安定等価死亡数 [stable equivalent of death] $\{\mathbf{D}\}$ が得られる。 $\{\mathbf{D}\}$ は実際,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{D}\} &= \sum_{x=1}^z {}^{\delta} \mathbf{M}^{(r)}(x) \{\mathbf{K}(x)\} \\ &= \left[\sum_{x=1}^z {}^{\delta} \mathbf{M}^{(r)}(x) e^{-r(x+2.5)} \mathbf{L}(x) \right] \{\mathbf{Q}\} \end{aligned} \quad (\text{I.8.10})$$

によって算出される。ただし,

$$\begin{aligned} {}^{\delta} \mathbf{M}^{(r)}(x) &= \\ &\begin{bmatrix} M_{1\delta}^{(r)}(x) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & M_{2\delta}^{(r)}(x) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{n\delta}^{(r)}(x) & \cdots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.8.11})$$

である。この要素 $M_{i\delta}^{(r)}(x)$ は、増加率 r の x

歳から $x+5$ 歳までの安定人口の地域別死亡率である。そして、 $M_{i\delta}^{(r)}(x)$ は、増加率 r で増加する安定人口における第 j 地域出生第 i 地域在住 x 歳生存率 $\mathbf{l}^{(r)}(x) (=e^{-rx} \mathbf{l}(x))$ とその安定人口における x 歳から $x+4$ 歳の年齢階級の延人口 $\mathbf{L}^{(r)}(x) (=e^{-r(x+2.5)} \mathbf{L}(x))$ とによって算出され得る。式(I.8.11)の要素 $M_{i\delta}^{(r)}(x)$ は、増加率 r の x 歳から $x+5$ 歳までの安定人口の地域別死亡率である。

式(I.8.10)の $\{\mathbf{D}\}$ に \mathbf{Y}^{-1} を乗じた値 $\{\mathbf{d}\}$ が内在死亡率 [intrinsic death rate] である。すなわち,

$$\{\mathbf{d}\} = \mathbf{Y}^{-1} \{\mathbf{D}\} \quad (\text{I.8.12})$$

である。地域が 2 地域に区分されているときは、 $\{\mathbf{D}\}$ の要素を D_1, D_2 とすれば,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{d}\} &= \begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.8.13})$$

である。これは、安定等価人口の地域別死亡率とみなし得る。

3) 内在総流出率

増加率 r の安定人口の x 歳から $x+4$ 歳までの地域別流出人口に関する安定等価流入流出量 [the origin destination flow of stable equivalent migrations] \mathbf{O} は,

$$\mathbf{O} = \sum_{x=1}^z {}^{00} \mathbf{M}^{(r)}(x) \mathbf{K}(x) \quad (\text{I.8.14})$$

で与えられる。ただし、 ${}^{00} \mathbf{M}^{(r)}$ は、増加率 r で増加する安定人口における x 歳から $x+4$ 歳までの人口 (x 歳階級人口) の第 i 地域から第 j 地域への移動率 $M_{ij}^{(r)}(x)$ を要素とするマトリクスであり,

$$\begin{aligned} {}^{00} \mathbf{M}^{(r)}(x) &= \\ &\begin{bmatrix} 0 & M_{21}^{(r)}(x) & \cdots & M_{m1}^{(r)}(x) \\ M_{12}^{(r)}(x) & 0 & \cdots & M_{m2}^{(r)}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{1n}^{(r)}(x) & M_{2n}^{(r)}(x) & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.8.15})$$

である。このマトリクスの要素 (主対角要素

[principal diagonal elements] 以外の要素) も、前述の $\mathbf{l}^{(r)}(x)$ と $\mathbf{L}^{(r)}(x)$ とから算出される。実際、これらは、

$$\mathbf{M}^{(r)}(x) = [\mathbf{l}^{(r)}(x) - \mathbf{l}^{(r)}(x+5)][\mathbf{L}^{(r)}(x)]^{-1} \quad (\text{I.8.16.1})$$

$$\mathbf{M}^{(r)}(z) = \mathbf{l}^{(r)}(z)[\mathbf{L}^{(r)}(z)]^{-1} - r\mathbf{I} \quad (\text{I.8.16.2})$$

で与えられるマトリクス $\mathbf{M}^{(r)}(x)$, $\mathbf{M}^{(r)}(z)$ の主対角要素以外の要素 $M_{ij}^{(r)}(x)$ ($i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, m$; $i \neq j$) である。

上記の \mathbf{O} と \mathbf{Y}^{-1} を用いて得られる $\{\mathbf{O}\}$, すなわち,

$$\{\mathbf{O}\} = \mathbf{O}'\mathbf{Y}^{-1} \quad (\text{I.8.17})$$

が内在総流出率 [intrinsic total out-migration rate] である。

これは、安定等価人口のもつ地域別流出率であるといえる。

4) 内在総流入率

3) で求めた \mathbf{O} (式 (I.8.14)) を用いて,

$$\{\mathbf{I}\} = \mathbf{O}\{\mathbf{1}\} \quad (\text{I.8.18})$$

によって定義される $\{\mathbf{I}\}$ に \mathbf{Y}^{-1} を乗じて得られるマトリクス $\{\mathbf{i}\}$, すなわち,

$$\{\mathbf{i}\} = \mathbf{Y}^{-1}\{\mathbf{I}\} \quad (\text{I.8.19})$$

を内在総流入率 [intrinsic total in-migration rate] という。

I. 9 地域的人口ゼロ成長

最後に、ロジャースは、人口政策にも関連をもつ地域的人口ゼロ成長 [spatial zero population growth] における地域的人口構造について論じている。

地域的人口が静止人口 (成長ゼロの人口) になる場合には、一般に、人口増加率を変化させなければならない (一般に、現実の地域的人口は、必らずしも、静止人口ではないからである)。その人口増加率の変化の様式としては、彼は 2 種類のものを挙げている。

その第 1 は、コホート別変換法 [cohort replacement alternative] であり、これは、各地域において 1 女子が 1 女子を再生産するようにして静止人口を実現する方法である。

その第 2 は、同一比率低下法 [proportional reduction alternative] であり、これは、すべての地域の出産力を一様に同一比率で低下させて静止人口を実現させる方法である。

1) コホート別変換法

現実の地域別純再生産率 NRR を第 0 次の積率 $\mathbf{R}(0)$ で示し、第 i 地域の NRR を $iR(0)$ で示したとき、 $\mathbf{R}(0)$ は、

$$\mathbf{R}(0) = \begin{bmatrix} {}_1R(0) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & {}_2R(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & {}_nR(0) \end{bmatrix} \quad (\text{I.9.1})$$

となる。

静止人口においては、 $\mathbf{R}(0)$ の対角線上の要素がすべて 1 となるのであるから、静止人口の $\mathbf{R}(0)$ を $\hat{\mathbf{R}}(0)$ で示せば、

$$\hat{\mathbf{R}}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.9.2})$$

となる。このとき、現実の NRR を $\mathbf{R}(0)$ から式 (I.9.2) のような $\hat{\mathbf{R}}(0)$ に変えるためのマトリクス \mathbf{Y} , すなわち、

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} {}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & {}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & {}_m \end{bmatrix} \quad (\text{I.9.3})$$

が存在する。これは、地域別出産力調整対角行列 [diagonal matrix of regional fertility adjustment factors] である。したがって \mathbf{Y} は、

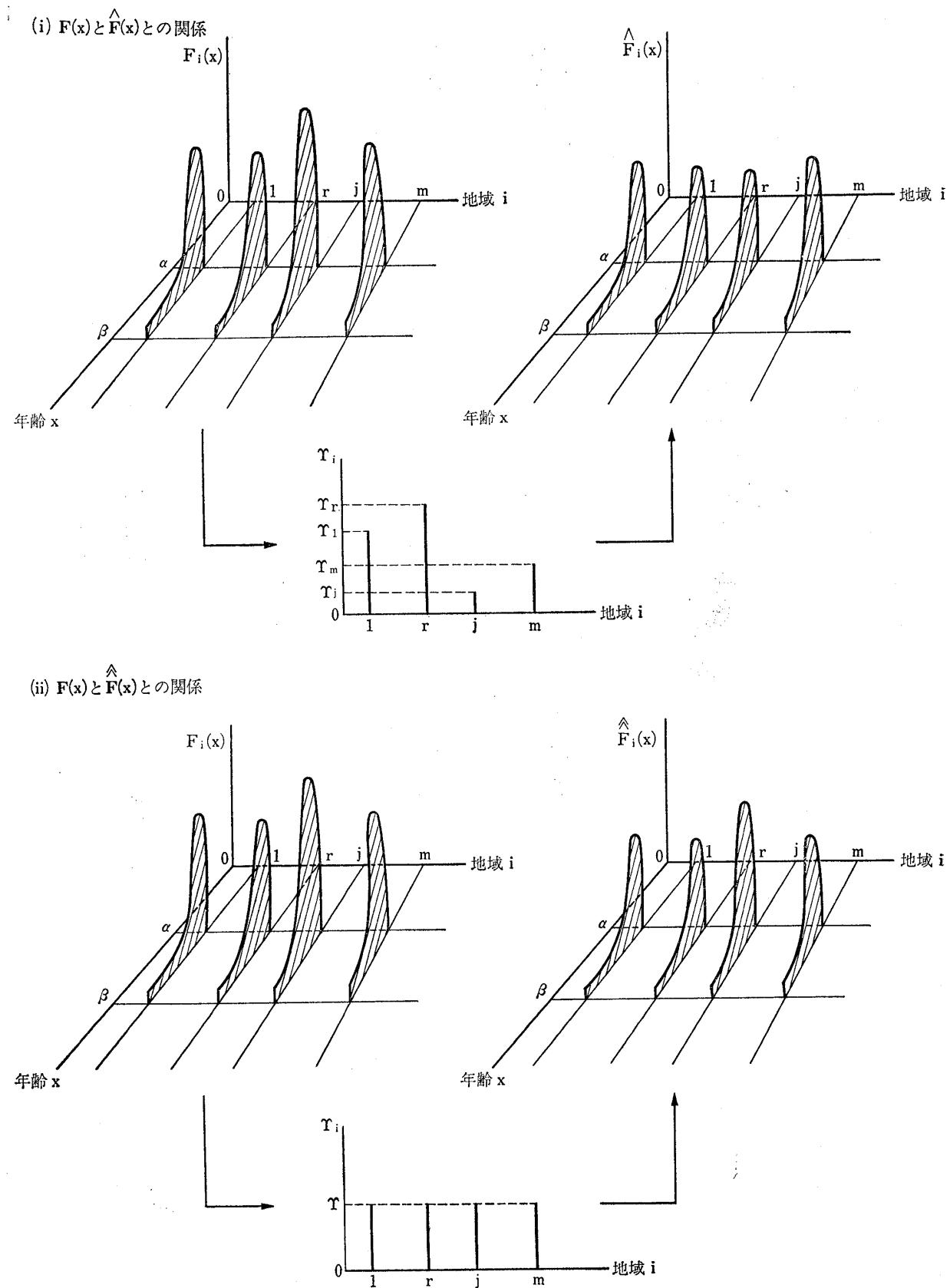
$$\hat{\mathbf{R}}(0) = \mathbf{Y}\mathbf{R}(0) \quad (\text{I.9.4})$$

を満足する \mathbf{Y} であると定義される。この式から、

$$\mathbf{R}(0)' \mathbf{Y} = \hat{\mathbf{R}}(0)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.9.5})$$

が得られるから、 \mathbf{Y} は、

図 4 $F(x)$ と $\hat{F}(x)$ ならびに $\widehat{F}(x)$ との関係

$$\mathbf{r} = [\mathbf{R}(0)']^{-1} \quad (\text{I.9.6})$$

である。

いま、 \mathbf{r} の主対角要素を列ベクトルの形に並べてできるベクトルを $\{\mathbf{r}\}$ によって示せば、このベクトルは、

$$\{\mathbf{r}\} = [\mathbf{R}(0)']^{-1} \{1\} \quad (\text{I.9.7})$$

によって得られる。

ところで、式 (I.9.2) で示されるような静止人口を得るために必要な地域別年齢別出産率 [fertility rate] $\mathbf{F}(x)$ は、現実のそれを $\mathbf{F}(x)$ とするとき、

$$\hat{\mathbf{F}}(x) = \mathbf{r} \mathbf{F}(x) \quad (\text{I.9.8})$$

によって得られる。この $\hat{\mathbf{F}}(x)$ を変換出産率 [replacement fertility rate] という。このような $\hat{\mathbf{F}}(x)$ を用いて全地域の人口を静止人口に到達させる方法をコーホート別変換法という。

2) 同一比率低下法

同一比率低下法は、式 (I.9.3) の γ_i ($i=1, 2, \dots, m$) をすべて同一の値にして全地域の人口を静止人口にさせる方法、すなわち、

$$\gamma_i = \gamma \quad (\text{I.9.9})$$

とさせて、全地域における静止人口を得る方法であるといえる。したがって、この γ を求めてみると、 $\mathbf{R}(0)$ の最大固有根を $\lambda_1[\mathbf{R}(0)]$ としたとき、

$$\gamma = \frac{1}{\lambda_1[\mathbf{R}(0)]} \quad (\text{I.9.10})$$

となる。

地域別純再生産率を同一の比率 γ で変化させて得られる静止人口を実現するために必要な地域別年齢出産率 [fertility rate] $\mathbf{F}(x)$ は、

$$\hat{\mathbf{F}}(x) = \mathbf{r} \mathbf{F}(x) \quad (\text{I.9.11})$$

で与えられる。ただし、ここでの \mathbf{r} は、

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{I.9.12})$$

である。このような $\hat{\mathbf{F}}(x)$ を用いて全地域の人口を静止人口に到達させる方法を、同一比率低下法といふ。

図 4 は、コーホート別変換法と同一比率低下

法における $\mathbf{F}(x)$ と $\hat{\mathbf{F}}(x)$ ならびに $\hat{\mathbf{F}}(x)$ との関係を示したものである。ただし、この図では、 $\mathbf{F}(x)$ 、 $\hat{\mathbf{F}}(x)$ ならびに $\hat{\mathbf{F}}(x)$ の要素となっている第 i 地域 x 歳階級出産率を $F_i(x)$ 、 $\hat{F}_i(x)$ ならびに $\hat{F}_i(x)$ によって示した。

I. 10 地域別ゼロ人口成長人口倍率

全地域の人口に対して静止人口が達成されたときの地域別人口を $\hat{\mathbf{Y}}$ で示すならば、観察地域が 2 地域の場合、 $\hat{\mathbf{Y}}$ は、

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_1 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.10.1})$$

で示される。ただし \hat{Y}_i は全地域の人口に対して静止人口が達成された場合の第 i 地域の人口である。

これに対して、 $\hat{\mathbf{Y}}$ を算出する場合に用いた現実の地域別人口を \mathbf{Y} とする。 \mathbf{Y} は、現実の第 i 地域の人口を Y_i で示せば、観察地域が 2 地域の場合は、

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.10.2})$$

となる。 $\hat{\mathbf{Y}}$ と \mathbf{Y} とは、一般に等しくならない。したがって、ロジャースは、 Y_i に対する \hat{Y}_i の倍率、すなわち、 \hat{Y}_i/Y_i を地域別ゼロ人口成長人口倍率 [spatial momentum of zero population growth] と名づけた。この比率を η^0 で示せば、すなわち、

$$\eta^0 = \frac{\hat{Y}_i}{Y_i} \quad (\text{I.10.3})$$

とすれば、これを要素とするベクトル $\{\eta^0\}$ は、

$$\{\eta^0\} = \mathbf{Y}^{-1} \{\mathbf{Y}\} \quad (\text{I.10.4})$$

によって示される。ただし $\{\hat{\mathbf{Y}}\}$ は、 $\hat{\mathbf{Y}}$ の主対角線の要素を列ベクトルの形に並べて得られるベクトルである²⁶⁾。

26) ここで用いられている術語のうち、ロジャースが提唱しているものに与えられている日本語の訳語としては、訳者の知るかぎり、これまでに日本語によるロジャースの地域人口解析法の全面的解説書がないため、筆者が最も適切であると思って与えた訳語（術語が示す意味を十分に伝える訳語）が用いられている。したがって、もし、さらに、適切と思われる訳語がある場合には、そのより適切な訳語が用いられることを希望する。

表 1 多地域生命表 (1970年, 女子)

年齢階級	南 関 東 (地域 1)					そ の 他 (地域 2)				
	$q_1(x)$	$p_{11}(x)$	$p_{12}(x)$	${}_{10}l_1(x)$	${}_{10}l_2(x)$	$q_1(x)$	$p_{11}(x)$	$p_{12}(x)$	${}_{10}l_1(x)$	${}_{10}l_2(x)$
0	0.015	0.953	0.032	100000	0	0.016	0.973	0.011	100000	0
5	0.002	0.955	0.043	95319	3227	0.002	0.984	0.014	97293	1064
10	0.001	0.972	0.027	91104	7275	0.001	0.989	0.010	95829	2350
15	0.002	0.982	0.016	88616	9665	0.002	0.950	0.048	94830	3221
20	0.003	0.959	0.039	87467	10617	0.004	0.937	0.060	90133	7699
25	0.004	0.937	0.059	84486	13325	0.004	0.952	0.043	84735	12758
30	0.005	0.944	0.051	79747	17694	0.005	0.971	0.024	81447	15625
35	0.006	0.958	0.035	75713	21268	0.007	0.976	0.016	79849	16728
40	0.010	0.966	0.025	72901	23447	0.010	0.980	0.010	78563	17330
45	0.015	0.971	0.014	70620	24765	0.015	0.976	0.008	77412	17489
50	0.022	0.965	0.013	68759	25192	0.024	0.969	0.007	75817	17628
55	0.034	0.954	0.012	66534	25305	0.037	0.956	0.007	73718	17534
60	0.056	0.933	0.011	63626	24980	0.059	0.934	0.006	70669	17247
65	0.097	0.895	0.007	59495	24041	0.100	0.898	0.003	66215	16535
70	0.166	0.825	0.009	53344	21995	0.172	0.824	0.003	59546	14993
75	0.282	0.705	0.013	44099	18615	0.289	0.707	0.005	49223	12581
80	0.445	0.535	0.020	31180	13734	0.448	0.545	0.007	34949	9106
85	1.000	0.000	0.000	16776	8102	1.000	0.000	0.000	19231	5117

(注) 黒田俊夫, 岡崎陽一, 南條善治, 鈴木啓祐, 大塚友美:「ロジャースモデルとその日本人口への適用」『日本統計学会誌』Vol. 10, No. 1 1980年, 73-83頁により作成した。

実際の計算に用いられた $q_1(x)$, $p_{11}(x)$, $p_{12}(x)$ は小数点以下 6 衔までの値によって示されている。この表では、分析結果を簡明に紹介するため、これらの値は、小数点以下 3 衔の数字で示されている。

II ロジャースの分析法のわが国の地域別人口構造解析への適用

ロジャースの地域別人口構造解析法を用いたわが国の地域別人口構造の解析は、すでに、川島 (Tatsuhiko Kawashima) によって試みられている²⁷⁾。

彼は、わが国を11個の地域（北海道、東北、関東、東京、中部、北陸、近畿、大阪、中国、四国、九州）に分け、それぞれの地域の2000年までの人口を1975年を地域別人口推定の出発点として推定している。

われわれは、わが国を「南関東」地域（東京都、神奈川県、千葉県）と「その他」地域の2地域に区分し、——南関東を地域1、その他を地域2とする——この2地域の人口をロジャースの分析法を用いて分析した²⁸⁾。ここでは、特

に、われわれの分析結果のうち女子に関するものを挙げることにする。

まず、分析の基礎となる多地域生命表（地域生命表）は表1のようになった。これは、1970年の女子に関するものである。

表1から得られる女子の平均余命——出生地別平均余命および居住地別平均余命——は表2に示されている。

表2(1)に示されている数値のうち、たとえば、出生地別平均余命 ${}_{10}e_1(x)$ (${}_{10}e_1(x)$ の欄の上から2行目の値) は、出生地が「南関東」である5歳の人（女子）がその後「南関東」で生存する平均年数が56.26年であることを示している。また ${}_{10}e_2(x)$ (${}_{10}e_1(x)$ の右側に書かれている値) は、出生地が南関東である5歳の人（女子）がその後「その他」の地域で生存する平均年数が15.02年であることを示している。したがって、「南関東」で出生した5歳の人（女子）がその後生存する平均年数は、これらの合計値、

は、上記論文を書いた共同研究者全員によっておこなわれたが、資料のコンピューターによる処理は、南條善治教授によっておこなわれた。

27) Kawashima, Tatsuhiko : *Migration and Settlement in Japan (A Part)* Laxenburg, International Institute for Applied System Analysis, 1979.

28) 黒田俊夫, 岡崎陽一, 南條善治, 鈴木啓祐, 大塚友美:前掲論文。分析計画および分析のための資料の作成

表 2 出生地別、居住地別平均余命 (1970年、女子)
 (1) 出生地別平均余命 (女子) (単位: 年)

年齢階級 (x)	出生地が南関東			出生地がその他		
	${}_{10}e_1(x)$	${}_{10}e_2(x)$	合計	${}_{20}e_2(x)$	${}_{20}e_1(x)$	合計
0	60.33	14.88	75.21	64.38	10.37	74.75
5	56.26	15.02	71.28	60.44	10.52	70.96
10	51.62	14.78	66.40	55.64	10.45	66.09
15	47.10	14.36	61.46	50.85	10.32	61.17
20	42.71	13.87	55.58	46.24	10.06	56.30
25	38.43	13.30	51.73	41.91	9.57	51.48
30	34.37	12.55	46.92	37.81	8.88	46.69
35	30.52	11.61	42.13	33.83	8.09	41.92
40	26.87	10.52	37.39	29.94	7.26	37.20
45	23.33	9.37	32.70	26.15	6.42	32.57
50	20.02	8.18	28.20	22.46	5.58	28.04
55	16.80	6.99	23.79	18.90	4.75	23.65
60	13.74	5.83	19.57	15.51	3.94	19.45
65	10.89	4.72	15.61	12.34	3.17	15.51
70	8.33	3.70	12.03	9.49	2.46	11.95
75	6.13	2.83	8.96	7.04	1.85	8.89
80	4.36	2.15	6.51	5.10	1.37	6.47
85	3.06	1.69	4.57	3.67	1.02	4.69

(2) 居住地別平均余命 (女子) (単位: 年)

年齢階級 (x)	x 歳で居住地が南関東			x 歳で居住地がその他		
	${}_{1x}e_1(x)$	${}_{1x}e_2(x)$	合計	${}_{2x}e_1(x)$	${}_{2x}e_2(x)$	合計
0	60.33	14.88	75.21	10.37	64.38	74.75
5	57.83	13.46	71.29	9.99	60.95	70.94
10	54.99	11.42	66.41	9.35	56.72	66.07
15	51.26	10.22	61.48	8.92	52.22	61.14
20	47.05	9.56	56.61	6.90	49.36	56.26
25	43.79	7.97	51.76	4.42	47.02	51.44
30	41.40	5.57	46.97	2.64	43.99	46.63
35	38.61	3.58	42.19	1.69	40.17	41.86
40	35.14	2.31	37.45	1.11	36.03	37.14
45	31.29	1.53	32.82	0.80	31.71	32.51
50	27.15	1.13	28.28	0.56	27.41	27.97
55	23.03	0.83	23.86	0.40	23.19	23.59
60	19.03	0.60	19.63	0.26	19.14	19.40
65	15.22	0.43	15.65	0.15	15.31	15.46
70	11.71	0.37	12.08	0.13	11.78	11.91
75	8.66	0.32	8.98	0.11	8.75	8.86
80	6.23	0.29	6.52	0.10	6.35	6.45
85	4.48	0.26	4.74	0.09	4.56	4.65

(注) 黒田俊夫、岡崎陽一、南條善治、鈴木啓祐、大塚友美: 前掲論文により作成した。

(合計欄の値) 71.28年である。この合計値は、普通の「南関東」の生命表における女子の平均余命の値と一致しなければならない。実際、表3に示されている「南関東」の女子の普通生命

表 3 普通生命表における平均余命 (1970年、女子)
 (単位: 年)

年齢階級 (x)	全 国	南 関 東	そ の 他
0	74.80	75.34	74.66
5	70.97	71.41	70.86
10	66.10	66.53	65.99
15	61.18	61.59	61.07
20	56.31	56.71	56.20
25	51.49	51.85	51.40
30	46.69	47.03	46.61
35	41.92	42.24	41.84
40	37.20	37.49	37.13
45	32.56	32.84	32.50
50	28.03	28.30	27.97
55	23.64	23.88	23.59
60	19.44	19.64	19.40
65	15.50	15.66	15.47
70	11.93	12.09	11.90
75	8.88	8.99	8.86
80	6.46	6.54	6.44
85	4.67	4.79	4.65

(出所) 黒田俊夫、岡崎陽一、南條善治、鈴木啓祐、大塚友美: 前掲論文。

表の 5 歳の平均余命は、71.41年となつていて、上記の表2の合計値 71.28 年に非常に近い値を示している (これらの値の差は、計算上生じた誤差である)²⁹⁾。

また、地域別人口の増加過程の算出方式に従つて西暦2000年におけるわが国の地域別年齢別女子人口を算出してみると表4(b)のようになつた。ただし、この女子人口の計算の基礎となつた1970年の地域別年令別女女子人口は、表4(a)に示されている。

最後に、安定等価人口は、表5のようになつた。人口が将来、安定人口に到達するときは、この表の λ や r の値から明らかなように、人口增加倍率あるいは人口増加率は、現在 (1970年) のそれらに比して小さくなる ($r=0.99688$, $\lambda=-0.00063$ となる) —— 人口増加率は、負の値を示すようになる——ので、安定等価人口は、現在の人口よりもかなり大きくならなければならぬ。実際、1970年におけるわが国全体の実際の人口は、約5280万であるが、安定等価人口は、約6741万となっている。このことは、1970

29) この合計値は、式 (I.2.7) のマトリクス各列の要素の合計に相当する。

表 4 地域別年齢別女子人口の変化

(a) 1970年(実測値) (単位:千人)

年齢階級(x)	全 国	南 関 東	そ の 他
0	4292.5	1101.7	3190.8
5	3988.5	890.4	3097.9
10	3852.1	716.0	3136.1
15	4492.1	948.3	3543.8
20	5347.3	1409.0	3938.4
25	4571.9	1273.6	3298.3
30	4190.3	1092.0	3098.3
35	4085.3	951.2	3134.1
40	3674.1	775.6	2898.5
45	3198.9	644.7	2554.3
50	2648.4	525.8	2122.6
55	2382.7	455.9	1926.8
60	1970.5	360.0	1610.5
65	1584.7	282.4	1302.3
70	1172.2	200.8	971.3
75	736.3	121.0	615.3
80	408.2	65.6	342.6
85	206.5	30.2	176.3
計	52802.2	11844.1	40958.1

(b) 2000年(予測値) (単位:千人)

年齢階級(x)	全 国	南 関 東	そ の 他
0	4377.4	1413.5	2963.9
5	4090.7	1242.0	2848.7
10	3995.4	1141.5	2853.9
15	4227.6	1241.3	2986.3
20	4627.1	1493.4	3133.7
25	4675.6	1575.5	3100.2
30	4193.8	1383.6	2810.3
35	3907.9	1204.8	2703.0
40	3747.2	1061.9	2685.2
45	4321.5	1245.6	3075.9
50	5059.5	1523.4	3536.1
55	4212.9	1242.9	2970.0
60	3695.5	1015.3	2680.2
65	3340.4	831.2	2509.2
70	2626.6	598.5	2028.1
75	1798.5	393.1	1405.4
80	981.0	211.2	769.8
85	606.4	130.4	476.0
計	64484.9	18949.1	45535.9
増加倍率(λ)	1.01870	1.05759	1.00335
増 加 率(r)	0.00371	0.01120	0.00067

(注) 黒田俊夫, 岡崎陽一, 南條善治, 鈴木啓祐, 大塚友美: 前掲論文により作成した。

表 5 安定等価人口(女子)

(単位:千人)

年齢階級	全 国	南 関 東	そ の 他
0	4359.2	2065.3	2293.9
5	4334.9	2005.0	2329.9
10	4342.1	1965.2	2376.9
15	4348.5	1994.6	2353.9
20	4350.7	2067.5	2283.1
25	4348.6	2083.8	2264.8
30	4342.6	2042.7	2299.9
35	4330.6	1995.5	2335.1
40	4307.3	1955.8	2351.5
45	4266.1	1920.6	2345.4
50	4197.8	1882.9	2315.0
55	4087.3	1828.4	2258.9
60	3908.3	1745.4	2192.9
65	3615.7	1611.4	2004.3
70	3147.7	1400.1	1747.7
75	2456.5	1089.6	1366.8
80	1595.0	701.2	893.8
85	1074.0	456.9	617.1
合 計	67412.8	30811.9	36600.8
増加倍率(λ)	0.99688	0.99688	0.99688
増 加 率(r)	-0.00063	-0.00063	-0.00063

(注) 黒田俊夫, 岡崎陽一, 南條善治, 鈴木啓祐, 大塚友美: 前掲論文により作成した。

年にこの程度の大きな人口がなければ、1970年から将来の人口増加率(-0.00063)によって、人口が変化して行ったとき、現在、予想される将来人口に一致することができないことを意味している。

III 考 察

III. 1 ロジャースの地域別人口分析法とロジャース・モデル

ロジャースの地域別人口分析法の中で、特に、I. 4 に述べた地域別人口増加過程の分析法においては、時点 $t+1$ における地域別年齢別人口 $\{K^{(t+1)}\}$ が一般化レスリー・マトリクス G を用いて、

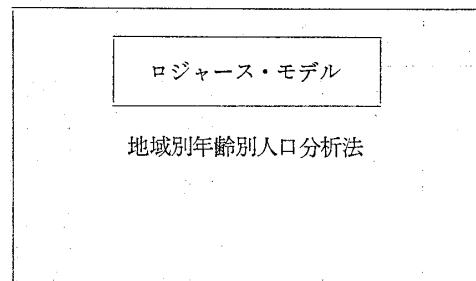
$$\{K^{(t+1)}\} = G \{K^{(t)}\} \quad (\text{III.1.1})$$

のように示されている(この式は、式(I.4.4)として示されている)。この式は、ロジャースが地域別人口構造を解析する場合に基本的に前提とした人口構造であり、ロジャース・モデル

と名づけられる部分である。この式以外の部分は、この式を構成するために必要な値、あるいは、この式によって変化をする地域別年齢別人口のもつ各種の特性を示すための値を算出する方法を示した部分であるといえる。

たとえば、 $L(x)$ あるいは、 $P(x)$ などは、この式(III.1.1)で示されるロジャース・モデルを構築するために必要な値を含むマトリクスである。また、ロジャース・モデルが述べられる前に提示された出生地別平均余命にせよ、あるいは、それが述べられた後に提示された地域別安定等価人口にせよ、すべて、式(III.1.1)で示されるモデルに従って変化する人口のもつ特徴を示す値である。これらのマトリクスや値が述べられている部分は、実際、ロジャース・モデルを構築するために必要となる値やこのモデルによって変化する人々のもつ特性を示す値を算出する方法を示した部分である。したがって、いま、この部分の分析手法を地域別年齢別人口

図 5 ロジャースの地域別人口分析法の構造
ロジャースの地域別人口分析法

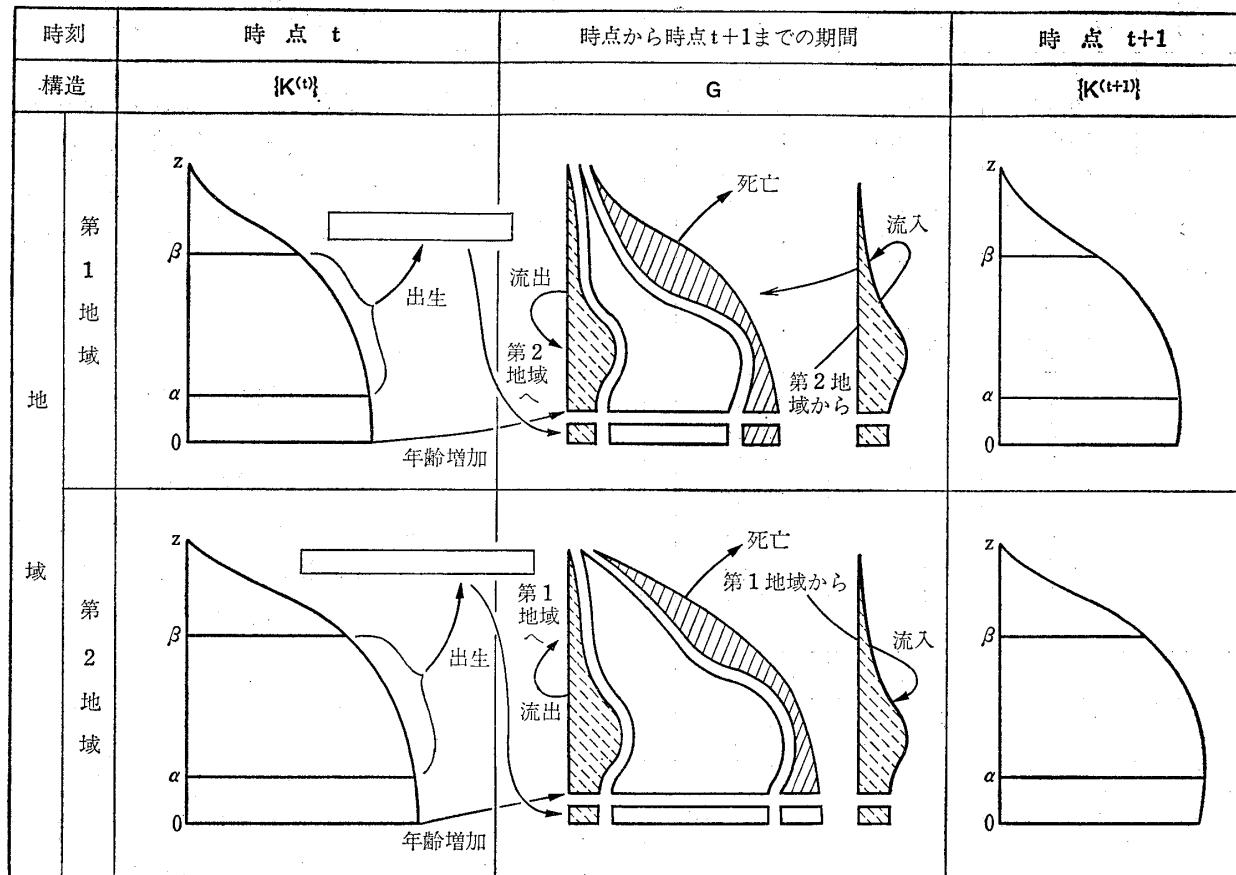


分析法と名づけるならば、ロジャースの地域別人口分析法は、大別して、ロジャース・モデルと地域別年齢別人口分析法との2つの部分からなるといえる(図5)。

ロジャース・モデルの構造は、図6によって明示される。

いま、観察地域が2つの地域——第1地域および第2地域——から構成されている場合、まず、時点 t において、地域別年齢別人口が、図6の左側の「時点 t 」の欄に示されるように与

図 6 ロジャース・モデルの構造



えられる。ついで、時点 t から時点 $t+1$ までの期間（5年間）に、各地域においては年齢 α 歳から β 歳までの女子から、0歳から5歳までの人口が「発生（出生）」する。それと同時に、時点 t における人口の年齢は、すべて5歳増加する。そして、その一部は、「死亡」し、他の一部は、他地域へ「移動（流出、流入）」する。これらの地域的・人口の「出生」、「死亡」、および「移動」の結果、時点 $t+1$ には、図7の右側の「時点 $t+1$ 」の欄に示されるように、新しい地域別年齢別人口が形成される。

このような構造が、ロジャース・モデルの構造である。したがって、図7の左側の欄に示された内容がモデルの式に見られる $\{K^{(t)}\}$ であり、中間の欄に示された内容が G であり、さらに右側の欄に示された内容が $\{K^{(t+1)}\}$ に相当する人口構造である。

III. 2 一般化レスリー・マトリクスに関する一考察

ロジャース・モデルにおいては、将来の地域別年齢人口が、式(III.1.1)の t を大きくすることによって算出される。すなわち、地域別年齢別人口の将来予測においては、現在の地域別年齢別人口を $\{K^{(0)}\}$ で、また、将来の時点 n のそれを $\{K^{(n)}\}$ で示せば、 $\{K^{(n)}\}$ は、

$$\{K^{(n)}\} = G^n \{K^{(0)}\} \quad (\text{III.2.1})$$

という式によって $\{K^{(n)}\}$ が算出される。

いま、この式の右辺を変形して、「将来の各時点において、地域別年齢別人口構造が G によって次第に変化させられて行く」という事実を明示する式に書きかえるならば、この式は、式(III.2.2)のようになる。

$$\begin{aligned} \{K^{(n)}\} &= G[G\{G\cdots G(G\{K^{(0)}\})\cdots\}] \\ &= GGG\cdots GG\{K^{(0)}\} \end{aligned} \quad (\text{III.2.2})$$

この式の $\{K^{(0)}\}$ に最も近い G は、時点 0 から時点 1 までの期間（期間 1）に人口構造が変化することを示す G であり、 $\{K^{(0)}\}$ に最も遠い G は時点 $n-1$ から時点 n までの期間（期間 n ）に人口構造が変化することを示す G である。

ところで、いま、これらの G に $\{K^{(0)}\}$ に

近い順に番号 $n, n-1, \dots, 2, 1$ を与えれば、式(III.2.2)は、

$$\{K^{(n)}\} = G_n G_{n-1} \cdots G_2 G_1 \{K^{(0)}\} \quad (\text{III.2.3})$$

となる。

ここで、この式(III.2.3)を、一般的将来人口構造予測式あるいは、一般的地域別年齢別人口モデルとみなせば、ロジャース・モデルは、この一般的モデルにおいて、

$$G_n = G_{n-1} = \cdots = G_2 = G_1 = G \quad (\text{III.2.4})$$

という条件を与えた特別のモデルであるということができる。

ロジャース・モデルと一般的地域別年齢別人口モデルとの差は、単に G がすべての期間において同一であるか期間毎に異っているかという点にあるのみならず、その他の点においても見られる。すなわち、前者においては、安定等価人口が得られるが、後者においては、それが得られないである。したがって、ロジャース・モデルは、きわめて分析的モデルであり、一般的地域別年齢別人口モデルは、単なる予測用モデルであるといえる。

一般的地域別年齢別人口モデルにおける G_{t+1} と G_t との関係は、アダマール積 [Hadamard product] *³⁰⁾ を用いると、明確に表示することができる。すなわち、その関係は、

$$G_{t+1} = A_t * G_t \quad (\text{III.2.5})$$

によって示される。ただし、一般に、マトリクス V と W とのアダマール積は、これらのマトリクスの第 i 行第 j 列の要素を、それぞれ、 v_{ij}, w_{ij} とすれば、

$$V * W = (v_{ij} w_{ij}) \quad (\text{III.2.6})$$

によって定義される。

いま、 A_t を G 調整マトリクス [G adjustment matrix] と名づけ、このマトリクスを用いて式(III.2.3)を書きかえれば、

$$\begin{aligned} \{K^{(n)}\} &= (A_{n-1} * G_{n-1})(A_{n-2} * G_{n-2}) \cdots \\ &\quad \cdots (A_1 * G_1) G_1 \{K^{(0)}\} \end{aligned} \quad (\text{III.2.7})$$

³⁰⁾ Rao, C. Radhakrishna and Sujot Kumar Mitra : *Generalized Inverse of Matrices and its Applications*, New York, John Wiley, 1971, pp. 11-12.

渋谷政昭、田辺国士訳：『ラオニミトラ一般逆行列とその応用』、東京、東京図書、1973年、11-12頁。

となる。しかも、ここで、

$$A_t = A \quad (\text{III. 2.8})$$

と仮定すれば、 $\{K^{(n)}\}$

$$\{K^{(n)}\} = (A * \dots * A * G_1) \dots \dots$$

$$(A * A * G_1) (A * G_1) G_1 \{K^{(0)}\} \quad (\text{III. 2.9})$$

という形の式で示される。

もしも、 A_t ($t=n-1, n-2, \dots, 2, 1$) を決定するメカニズムが与えられるならば、あるいは A を決定することができれば、将来の $\{K^{(n)}\}$ を $\{A_{t-1}G_{t-1}\}$ 、あるいは $A * \dots * AG_1$ を G_t とする式 (III. 2.3) によって予測することができよう。

なお、 G 調整マトリクスは、人口構造の将来予測ばかりでなく、過去における実際の人口構造、特に、一般化レスリー・マトリクスの変化の特徴を表現するための有力な手段となるであろう。

むすび

ロジャースの地域別人口分析法は、地域別人口の壮大な体系的解析法であり、これによって、人口の地域別年齢別構造の特徴、ならびに、その時間的変動を、定量的に、精密に、とらえることができるようになった。

ロジャースの分析法で、特に注目すべきことは、この分析で人口構造の新しい眺望が開けたことである。実際、出生地別、あるいは、居住地別平均余命、あるいは、地域別の内在出生率等は、この分析法が与えられないかぎり、とらえることができなかつた。これらは、ロジャースの分析法の存在によって、はじめて明らかにされる量であるといえる。また、一般化レスリー・マトリクスも、この分析法においてはじめて定義され、これを地域別年齢別人口予測のため、有効に活用することができるようにになった。

ここでは、まず、Iにおいて、ロジャースの分析法全体の内容を述べると同時に、この分析法に見られる上記のような人口構造を表示する新しい量やマトリクスについても、できるだけ明確に論じた。

IIにおいては、ロジャースの分析法によって、実際にどのような分析が可能となるかを明示するため、なが国の地域別人口（「南関東」と「その他」の地域の人口）の分析をおこなった。

そして、IIIにおいては、ロジャースの分析法そのものの構造を分析し、この分析法全体をロジャース・モデルと呼ばれる部分とその他の部分に分けた。そして、特に、ロジャース・モデルと呼ばれる部分を構成する式に見られる一般化レスリー・マトリクスの時間的変化を G 調整マトリクス A によってとらえることを提案した。 G 調整マトリクスは、実際、出生構造がはげしく変動する場合、あるいは地域別年齢生残率が時間的に変化して行く場合、その変化を定量的に明確に表示するであろう。

Synopsis

Suzuki, Keisuke : Roger's Method of Analysis of Regional Population and Application of the Method to the Analysis of the Regional Structure of Population of Japan. *Ryūtsū Keizai Daigaku Ronshū (The Journal of Ryūtsū Keizai University)* Vol. 15, No.3, 1981/2. pp. 39-68.

The purpose of this paper is to grasp and clarify the structure of the Roger's method of analysis of regional population and to try to introduce the "adjustment matrix of generalized Leslie matrix G ", A .

According to the Roger's model of regional population, regional population at time n , $\{K^{(n)}\}$ is expressed by

$$\{K^{(n)}\} = G^n \{K^{(0)}\} \quad (\text{A})$$

This equation can be rewritten in the following form.

$$\{K^{(n)}\} = GG \dots GG \{K^{(0)}\} \quad (\text{B})$$

If we give numbers, $n, n-1, \dots, 2, 1$ to the G 's from the first G to the last G in the above equation (equation (B)), the equation is expressed by

$$\{K^{(n)}\} = G_n G_{n-1} \dots G_2 G_1 \{K^{(0)}\} \quad (\text{C})$$

The matrix (generalized Leslie matrix) with subscript t , \mathbf{G}_t is regarded as the specific generalized Leslie matrix for the period from time $t-1$ to time t . And, if the \mathbf{G}_t ($t=1, 2, \dots, n$) is not equal to \mathbf{G}' ($t'=1, 2, \dots, n; t' \neq t$), then \mathbf{G}_t can be expressed by the equation :

$$\mathbf{G}_t = \mathbf{A}_{t-1} * \mathbf{G}_{t-1} \quad (\text{D})$$

where the symbol “*” shows the Hadamard product[†] or Shur product^{††}, and the \mathbf{A}_{t-1} is the adjustment matrix of generalized Leslie matrix \mathbf{G}_{t-1} .

When we introduce the specific generalized Leslie matrix into the calculation of the future regional population $\{\mathbf{K}^{(n)}\}$, we will be able to find a future regional population other than that which is obtained by using the constant generalized Leslie matrix \mathbf{G} , although we can not find the stable equivalent. Therefore, we can say the (constant) generalized Leslie matrix \mathbf{G} proposed by Rogers is very important for analysing the structure or character of future regional population, while the specific generalized Leslie matrix \mathbf{G}_t will be used for finding the future regional population when the future structure of the matrix \mathbf{G} can be estimated or supposed.

When the specific generalized Leslie matrix is adopted for calculating the future regional population, the adjustment matrix of generalized Leslie matrix \mathbf{G} , \mathbf{A} will be used as the indicator of the change of the matrix \mathbf{G} .

We have another usage of the matrix \mathbf{A} . If we have some \mathbf{G} 's which are actually obtained by surveys of population, and they are, for example, \mathbf{G}_1 , \mathbf{G}_2 , and \mathbf{G}_3 , then we

can compare the structure of these \mathbf{G} 's to each other by using the matrix \mathbf{A} .

If we regard \mathbf{G}_1 as a standard generalized Leslie matrix, then \mathbf{G}_2 and \mathbf{G}_3 will be expressed by

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{A}_2 * \mathbf{G}_1 \quad (\text{E.1})$$

and

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{A}_3 * \mathbf{G}_1 \quad (\text{E.2})$$

where matrices \mathbf{A}_2 and \mathbf{A}_3 are the adjustment matrix of generalized Leslie matrix which are regarded as the indicator of the difference between matrices \mathbf{G}_1 and \mathbf{G}_2 and the difference between matrices \mathbf{G}_1 and \mathbf{G}_3 .

[†] Hadamard product of matrices \mathbf{V} and \mathbf{W} which are $k \times h$ matrices is the $k \times h$ matrix of elementwise products and it is defined by

$$\mathbf{V} * \mathbf{W} = \begin{bmatrix} v_{11}w_{11} & \dots & v_{1h}w_{1h} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{k1}w_{k1} & \dots & v_{kh}w_{kh} \end{bmatrix}$$

where

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1h} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{k1} & \dots & v_{kh} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{kh} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{k1} & \dots & w_{kh} \end{bmatrix}$$

(Rao, C. Radha Krishna and Sujit Kumar Mitra : *Generalized Inverse of Matrices and its Applications* John Wiley, 1971, pp. 11-12.)

^{††} According to the note by M. Shibuya and K. Tanabe, Hadamard product is sometimes called Shur product. (Shibuya, Masaaki and Kunio Tanabe (translators); C. R. Rao and S. K. Mitra : *Generalized Inverse of Matrices and its Applications* (in Japanese), Tokyo, Tokyo Toshō, 1973, p. 11.)