≪論　　文≫

雇用・労働時間と資本利用度

——価格不確実性下の競争的企業の場合——

河　合　榮　三

価格不確実性下の企業理論では，短期において，労働投入は完全に可変的であるが，資本投入は固定的であることが仮定されてきた[1]。しかしながら，労働時間は可変的であるにしても，労働者数は準固定的である。さらに，資本ストックは固定的であるとしても，その利用度（単位当り稼働時間）は可変的であるだろう。それゆえ，我々は雇用者数の準固定性と資本利用度の可変性を導入し，それにもとづいて，価格不確実性下の競争的企業の雇用・労働時間と資本利用度を分析する[2,3]。この分析において，我々は，準固定的労働と可変的資本投入の概念を，次節で示すように，上記の決定変数に関する企業の２段階意志決定過程として把握する[4]。この仮定は，欧米の労働市場の調整よりも日本の労働市場のそれをよりよく反映している。それゆえ，それは日本の労働市場の研究に応用されることができるだろう。

我々の主要な結果のひとつはこうである。即ち，危険に対する企業の態度がより慎重であるほど，雇用はより小さく，労働時間はより長く，そして資本の利用度はより低い，ということである。

Ｉ　モ　デ　ル

我々は要素投入に関する企業の意志決定過程を次のように仮定する。Ｍを労働者数，Ｈを（１人当り）労働時間，Ｋを資本ストック，そしてｕをその（単位当り）利用度とすれば，

Ｍ：事後的に調整不可能な事前的決定変数

$\overline{K}$：所与

ｕ，Ｈ：事後的決定変数

である[5]。ここで，「事前」は価格不確実性が既知となる前の時点を，そして「事後」はそれが既知となった後の時点を表わす。この仮定は現実と対応している。たとえば，需要の変化に応じて生産が短期的に変化するとき，企業は最初にｕとともにＨを調整するだろう。もしこの調整が十分でなければ，企業は次にＭを調整するだろう。この過程は，時間調整が生産を調整する際に重要な役割を果す日本の労働市場における企業の行動をよく反映している[6]。簡単化のために，パート・タイム雇用は無視され，もっぱら同質な常用雇用のみが取り扱われる[7]。

我々は，生産関数が資本用役Ｃと労働用役Ｌに関して狭義凹であり，さらに両者が互いに補完的であることを仮定する。即ち，

---

1)　スミス（1969），ハートマン（1976），ホルトハウゼン（1976），石井（1979）そして今（1983）を参照.

2)　宇沢（1986）もまた，彼の不均衡動学分析において，労働雇用の固定性を重視した.

3)　スミス（1969）は資本の利用度を資本ストックが利用される強度と見なした.

4)　この枠組に関して，我々はハートマン（1976）を参考にした．それは，資本用役を事前にそして労働用役を事後に決定する長期モデルを検討した．しかしながら，我々のモデルはハートマンのそれとは基本的に異なっている.

5)　労働に関する我々の取り扱いほど明らかではないが，同じ基本的考えがヘイ（1979）においても見出される.

6)　以上の分析枠組の概略は既に河合（1983）において議論された.

7)　たとえ我々がパート・タイム雇用を考慮に入れても，我々の主要な結果は基本的には影響を受けないだろう．言い換えれば，これはパートタイム雇用が我々の分析にとって本質的要因ではないことを示唆している．パートタイム雇用は，たとえば異質なあるいは異なる種類の労働に関する企業の選択の問題に対して本質的要因であるかもしれない.

(1)　$x = F(C, L)$

$F_{11}, F_{22} < 0, F_{12} > 0, F_{11}F_{22} - F_{12}^2 > 0$,

ここで，xは産出量である。Cはいまや資本ストックとその利用度の積として定式化される。即ち，

(2)　$C = u\bar{K}$.

企業による労働用役の投入はMHであるにしても，生産に貢献する実質の労働用役はMHの値とは異なっているだろう。それゆえ，労働時間が増加するとき，疲労による労働能率の低下が実質の労働用役を逓減的率でしか増加させないことを仮定する。即ち，

(3)　$L = M\beta(H)$　　$\beta' > 0$, $\beta'' < 0$.[8]

β関数の形はⅡ節とⅢ節の結果を導出する際に決定的に重要であるだろう。もし$\beta(H) = H$ならば，労働者数に関する事前的決定は数学的に不可能であるだろう（脚注11）を見よ）。その結果，β関数の導入は我々の分析において極めて重要である。

我々は資本の利用度を導入したので，資本の償却費を考慮することが必要である。他方，利子費用も存在するが，それは一定とみなされるので，我々は簡単化のためにそれを無視するだろう。δを資本ストックの単位当り償却費とし，資本の利用度uの上昇とともに逓増的率で増加すると仮定すれば，資本の償却費は，

(4)　$\delta(u)\bar{K}$　$\delta(0) = \text{const.} > 0$, $\delta' > 0$, $\delta'' > 0$

として与えられる。δに関する最初の仮定は，たとえ企業が操業しなくとも，ある一定額の償却費が存在することを示している。さらに，労働者の賃金コストは，

(5)　wMH

と定義される。ここで，wは時間当り賃金率である。企業は確実性下の競争的労働市場に直面していることが仮定されるので，賃金は企業にとって所与である。

(1)―(5)から企業の利潤は，

$$\pi = pF(u\bar{K}, M\beta(H)) - \delta(u)\bar{K} - wMH$$

と表現されることができる。ここで，pは生産物価格である。図1で示されたモデルの枠組に関する我々の分析手続きは，まずMとpに関する条件付のuとHに関する事後的決定を見出し，それから事前のMを決定するためにその情報を用いることである。

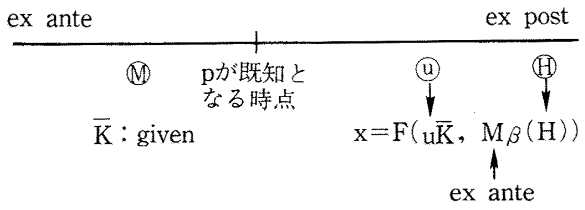

図1

Ⅱ　事後的最適決定

最初に，我々は資本の利用度と労働時間の事後的最適水準を考察する。言い換えれば，企業は労働者数Mと価格pが与えられたときの事後利潤π^aを最大にするuとHを選択しなければならない。即ち，

(6)　$$\max_{u, H} \pi^a = pF(u\bar{K}, M\beta(H)) - \delta(u)\bar{K} - wMH$$

$$\text{s.t.}\quad 0 \leqq u \leqq \bar{u} \text{ and } H \geqq 0,$$

ここで，$\bar{u}$は資本利用度の上限を表わす。労働時間に対しても肉体的限界を示す水準があるけれども，そのような水準は現実的ではないので無視される。

(6)において，目的関数$\pi^a(u, H)$は（後で示されるように）狭義凹であり，そして制約関数は凸なので，クーン・タッカー条件が最適化の必要十分条件になる[9]。uとHに対して内点解が存在することを仮定すれば，クーン・タッ

---

8)　この定式化に対しては，エーレンベルグ（1971）を参照.

9)　不等式制約$u \leqq \bar{u}$に対するラグランジュ乗数をyとし，ラグランジアンを$\mathcal{L} = \pi^a + y(\bar{u} - u)$とすれば，(6)に対するクーン・タッカー条件は以下のように表現されることができる.

$$\partial\mathcal{L}/\partial u = \partial\pi^a/\partial u - y \leqq 0 \qquad \bar{u} - u \geqq 0$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial H = \partial\pi^a/\partial H \leqq 0$$
$$(\partial\pi^a/\partial u - y)u + (\partial\pi^a/\partial H)H = 0 \qquad y(\bar{u} - u) = 0$$
$$u \geqq 0,\ H \geqq 0 \qquad y \geqq 0$$

カー条件はそのとき1階の条件,

(7) $pF_1(u\bar{K}, M\beta(H)) = \delta'(u)$

(8) $pF_2(u\bar{K}, M\beta(H))\beta'(H) = w$

に帰着する。2階の条件，即ち$\pi^a(u, H)$ がuとHに関して狭義凹であることは，生産関数，βそしてδに関する仮定によって以下のように満されている。

$$\pi^a_{11} = (pF_{11}\bar{K} - \delta'')\bar{K} < 0,$$
$$\pi^a_{22} = p(F_{22}M\beta'^2 + F_2\beta'')M < 0,$$
$$\pi^a_{11}\pi^a_{22} - \pi^{a\,2}_{12} = p\bar{K}M\{p\bar{K}M\beta'^2(F_{11}F_{22} - F_{12}^2) + F_2\beta''(pF_{11}\bar{K} - \delta'') - F_{22}M\beta'^2\delta''\} > 0.$$

(7)と(8)に示されるように，uとHの双方はM, p, $\bar{K}$そしてwに依存している。これらの項目に関するuとHの偏導関数の符号は,

(9) $u = u(\underset{+}{M}, \underset{+}{p}, \underset{-}{\bar{K}}, \underset{-}{w})$

(10) $H = H(\underset{-}{M}, \underset{+}{p}, \underset{+}{\bar{K}}, \underset{-}{w})$

として要約されることができる[10)]。(9)と(10)は，労働者数の増加が資本利用度への正の影響と労働時間への負の影響をもつことを示している。さらに，生産物価格の上昇は資本の利用度と労働時間の双方を増加させるだろう。資本ストックと賃金の各変化の影響もまた(9), (10)において示されている。

本節の最後に，uがコーナー解$(u = \bar{u})$をとる場合について言及しておこう。というのは，企業が資本ストックを常に稼働させ，資本の稼働時間をその上限に設定する場合があるからである。これは，そうすることが企業にとってコスト削減になるから，言い換えれば最適行動の結果として起りうる。脚注9）を参照すれば，uが$\bar{u}$でコーナー解をとる場合，$\partial\mathcal{L}/\partial u = \partial\pi^a/\partial u - y = 0$より$y = \partial\pi^a/\partial u = (pF_1 - \delta')\times\bar{K}$である。ところが，制約が有効なので，$y = (pF_1 - \delta')\bar{K} \geqq 0$, 従って(7)の代りに$pF_1 \geqq \delta'$が成立している。

Ⅲ 事前的最適決定

前節の分析にもとづいて，我々は価格が不確実な時点における労働者数を検討する。いまや企業の問題は，(9)と(10)の制約の下で利潤π^bの期待効用を最大化することである。即ち,

(11) $$\max_M E[U(\pi^b)] = E[U(pF(u\bar{K}, M\beta(H)) - \delta(u)\bar{K} - wMH)]$$
$$\text{s.t. } u = u(M, p, \bar{K}, w),\ H = H(M, p, \bar{K}, w),\ M \geqq 0,$$

ここで，$U(\pi^b)$はフォン・ノイマン—モルゲンシュテルンの効用関数であり，$U'(\pi^b) > 0$である。

Mに対して内点解を仮定すれば，そして(7), (8)を考慮すれば，最適化の1階の条件は,

(12) $$E[U'(\pi^b)(\partial\pi^b/\partial M)] = EU'(\pi^b)\times[pF_2(u\bar{K}, M\beta(H))\beta(H) - wH] = 0$$

である[11)]。さらに，2階の条件は,

$$E[U''(\pi^b)(\partial\pi^b/\partial M)^2 + U'(\pi^b)(\partial^2\pi^b/\partial M^2)] < 0$$

である。この条件は危険回避的及び危険中立的企業に対して明らかに満されている。というのは,

(13) $$\partial^2\pi^b/\partial M^2 = (p^2F_2\beta^2\beta''/J)\{p\bar{K}(F_{11}\times F_{22} - F_{12}^2) - F_{22}\delta''\} < 0$$

だからである。ここで，Jは(7)と(8)に対するヤコビアンである（脚注10)を参照)。

---

10) 1階の条件に対するヤコビアンは,

$$J = p\{p\bar{K}M\beta'^2(F_{11}F_{22} - F_{12}^2) + (pF_{11}\bar{K} - \delta'')F_2\beta'' - F_{22}M\beta'^2\delta''\} > 0.$$

である。各項目に関するuとHの主要な偏導関数は次のように表現されることができる.

$$\partial u/\partial M = -(1/J)(p^2F_{12}F_2\beta\beta'') > 0$$
$$\partial H/\partial M = -(p\beta\beta'/J)\{p\bar{K}(F_{11}F_{22} - F_{12}^2) - F_{22}\delta''\} < 0$$
$$\partial u/\partial p = -(p/J)\{(F_1F_{22} - F_2F_{12})M\beta'^2 + F_1F_2\beta''\} > 0$$
$$\partial H/\partial p = -(\beta'/J)\{p\bar{K}(F_2F_{11} - F_1F_{21}) - F_2\delta''\} > 0.$$

他の結果は省略される.

11) もし$\beta(H) = H$が仮定されれば，そのとき(12)は恒等式$0 = 0$となり，Mに対する事前的決定は数学的に不可能となる．この理由は，$L = MH$におけるMとHの間の形式的対称性のために，これら2つの変数を数学的に識別することができないということである．即ち，たとえHが所与のMに対して事後的に決定されるにしても，それと所与のHに対して事後的に決定されるMとの間に数学的区別が存在しない．その結果，事前的決定は不可能になる．ここに，合理的根拠にもとづいて我々がβ関数を導入する意義と工夫が存在する.

1　雇用・労働時間と資本利用度

最初に，我々は危険に対する企業の態度に応じた雇用者数を考察する。⑿に対して共分散の公式を用いれば，

⒁　$E(\partial\pi^b/\partial M)=-\mathrm{cov}[U'(\pi^b),\ \partial\pi^b/\partial M]/E[U'(\pi^b)]$

を得る。共分散項の符号は，pが変化するときの $U'(\pi^b)$ と $\partial\pi^b/\partial M$ の変化を検討することによって決定されることができる。これは，次の２つの項，

⒂　$\partial U'(\pi^b)/\partial p=U''(\pi^b)F$

と

⒃　$\partial(\partial\pi^b/\partial M)/\partial p=\partial(\partial\pi^b/\partial p)/\partial M$
$=\partial F/\partial M$
$=(pF_2\beta\beta''/J)\ \{F_2\times(pF_{11}\bar{K}-\delta'')-pF_1\bar{K}F_{12}\}$

を符号づけることを必要とする。⒂の符号は $U''(\pi^b)$ の符号と同じである。また，⒃の符号は，$\beta''<0$，$J>0$，$\delta''>0$ そして $F_{12}>0$ のために正である。それゆえ，

⒄　$\mathrm{cov}[U'(\pi^b),\partial\pi^b/\partial M]\gtreqless 0$ as $U''(\pi^b)\gtreqless 0$

が成立する。⒄を⒁に適用すれば，

⒅　$E(\partial\pi^b/\partial M)\gtreqless 0$ as $U''(\pi^b)\gtreqless 0$

を得る。ところで，⒀を考慮すれば，$\partial\pi^b/\partial M$ の期待値はMの減少関数である。

企業が危険回避的か危険中立的かあるいは危険愛好的であるかどうかに応じて雇用者数をそれぞれ M^a，M^n あるいは M^l であるとすれば，⒅は明らかに $M^a<M^n<M^l$ であることを示している。そして，それが図２で示されている。

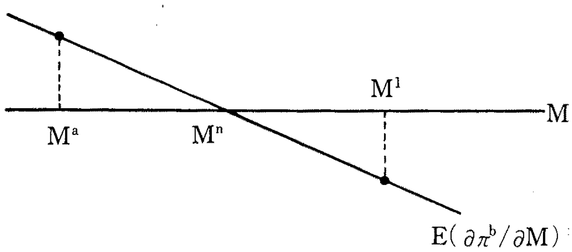

図２

さらに，⑼と⑽から，$H^a>H^n>H^l$ と $u^a<u^n<u^l$ が成立する。ここで，H^a，H^n，H^l はそれぞれ M^a，M^n，M^l に対応する事後的労働時間である。さらに，u^a，u^n，u^l も同様にして定義される。

これらの結果を要約すれば，危険に対する企業の態度がより慎重になるにつれて，雇用と資本の利用度はともに減少し，他方労働時間は増加する。それゆえ，我々は，価格不確実性の下でのより慎重な企業は，より小さな雇用とより長い労働時間とそしてより低い資本利用度をもつと結論することができる。

2　価格不確実性の影響

次に，我々は要素投入への価格不確実性自身の影響を分析し，その結果を価格が確実な場合と比較する。既に，我々は雇用者数と危険に対する企業の態度の間の関係をみたので，ここでは，危険中立的企業の雇用者数と確実性下のそれの間の関係を検討することで十分であるだろう。企業が危険中立的であるとき，⑿は，

⒆　$E(\partial\pi^b/\partial M)=E[pF_2(u\bar{K},\ M\beta(H))\ \beta(H)-wH]=0$

表わされることができる。ここで，左辺の期待値はMに関して右下がりである。

価格が確実な場合を $p=E(p)\equiv\bar{p}$ の場合と定義すれば，そのとき１階の条件は，

⒇　$\partial\pi^b/\partial M=\bar{p}F_2(u\bar{K},M\beta(H))\ \beta(H)-wH=0$

である。$\bar{M}$ をこの条件を満す確実性下の雇用者数とし，⒆の左辺を $\bar{M}$ で評価すれば，それは $E[\partial\pi^b/\partial M(\bar{M},\ p)]$ となる。⒃によれば，$\partial\pi^b/\partial M$ はpに関して逓増的である。そして，もし我々が $\partial^3\pi^b/\partial M\partial p^2<0$，即ち $\partial\pi^b/\partial M$ がpに関して強義凹であることを仮定すれば，そのとき，

(21)　$E[\partial\pi^b/\partial M(\bar{M},\ p)]<\partial\pi^b/\partial M(\bar{M},\bar{p})=0\quad(\bar{p}\equiv E(p))$

がジェンセンの不等式から導出される。(21)の右側の等式は⒇より明らかである。⒃より $\partial^3\pi^b/\partial M\partial p^2=\partial^2F/\partial M\partial p$ なので，もし $\partial\pi^b/\partial M$（雇用の限界利潤）が価格に関して狭義凹であるならば，あるいは同じことであるが，もし

$\partial F/\partial M$（雇用の限界生産物）が価格に関して逓減的であるならば，$\overline{M}$で評価された$E(\partial\pi^b/\partial M)$は(21)より負である。それゆえ，上記の仮定の下では，危険中立的企業の雇用者数は確実性下のそれよりも小さい。それが図３で示されている。

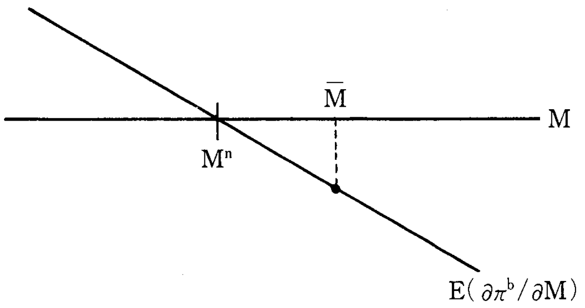

図３

さらに，上記の仮定の下でⅢ節１の結果を考慮すれば，

(22)　$M^a < M^n < M^1,\ \overline{M}$

であることが明らかである。しかしながら，危険愛好的企業の雇用者数と確実性下のそれの間の大小関係は，ここでは明らかではない。(22)から，我々は事後の労働時間と資本利用度について，

(23)　$H^a > H^n > H^1,\ \overline{H}$ and $u^a < u^n < u^1,\ \overline{u}$

を得る。ここで，$\overline{H}$と$\overline{u}$は確実性下のそれぞれ労働時間と資本利用度である。上の結果におけるH^1と$\overline{H}$の間の，そしてu^1と$\overline{u}$の間の大小関係はここでは不明である。

逆に，もし$\partial^3\pi^b/\partial M\partial p^2 = \partial^2 F/\partial M\partial p > 0$であるならば，$M^n > \overline{M}$である。そのとき，(22)と(23)に対応する結果はそれぞれ，

(24)　$M^a,\ \overline{M} < M^n < M^1$

(25)　$H^a,\ \overline{H} > H^n > H^1$ and $u^a,\ \overline{u} < u^n < u^1$

である。

3　価格不確実性の変化の影響

さらに，我々は要素投入への価格不確実性の変化の影響を分析する。ここでは，我々は危険中立的企業に対してのみ議論を限定するだろう。というのは，他の場合には明確な結果を得ることができないからである。そのとき，(12)は，

$E(\partial\pi^b/\partial M) = 0$

である。以下では，価格不確実性の変化は平均維持的拡散の意味での不確実性の変化として分析されるだろう。そのために，我々はハートマンによって用いられたロスチャイルドースティグリッツの結果を採用する[12]。Ⅲ節２と同様にして$\partial^3\pi^b/\partial M\partial p^2 = \partial^2 F/\partial M\partial p < 0$，即ち雇用の限界利潤$\partial\pi^b/\partial M$がpに関して狭義凹であること，あるいは同じことであるが，雇用の限界生産物$\partial F/\partial M$がpに関して逓減的であることを仮定しよう。そのとき，pの分布に関する平均維持的拡散は任意のMに対して$E(\partial\pi^b/\partial M)$を減少させる。その結果，平均維持的拡散の意味での価格不確実性の増加は，危険中立的企業の雇用者数を減少させる。それが図４に示されている。

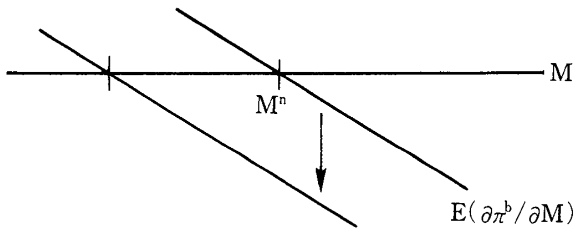

図４

さらに，uとHへの価格不確実性の増加の影響がM^nへの影響を通じて明らかとなる。(9)，(10)から明らかなように，価格不確実性の増加は，前記の仮定の下で雇用者数M^nの減少を通じて，事後的な資本利用度を低下させ，事後的な労働時間を増加させる。

逆に，もし$\partial^3\pi^b/\partial M\partial p^2 = \partial^2 F/\partial M\partial p > 0$ならば，本節の結果は逆転される。

4　人数に関する労働需要関数

最後に，我々は賃金の変化の雇用者数への影響について検討する。(12)から，そして(7)，(8)を

12）ハートマンによって用いられたロスチャイルドースティグリッツの結果とは，もし確率変数xの関数f(x)が狭義凹(凸)ならば，xの平均維持的拡散はE[f(x)]を減少（増加）させることを言う．ハートマン（1976）p.677参照．

考慮すれば,

(26)　$\partial M/\partial w=(1/D)E[U''(\partial\pi^b/\partial M)\times MH+U'\{M(\partial H/\partial M)+H\}]$

を得る。ここで, $D\equiv E[U''(\partial\pi^b/\partial M)^2+U'(\partial^2\pi^b/\partial M^2)]$ である。これは2階の条件に従って負である。ここでも, 危険中立的企業に対してのみ結果を得ることができる。その結果は,

(27)　$-H/M<\partial H/\partial M<0 \longrightarrow \partial M^n/\partial w<0$

である。即ち, 労働時間への雇用者数の変化の負の影響が少なくとも(27)に示された範囲にあるとき, 危険中立的企業の人数に関する労働需要曲線は明らかに右下がりである。もちろん, たとえ$\partial H/\partial M$のとりうる範囲が上記のそれより大きくとも, $\partial M^n/\partial w<0$が可能である。しかしながら, もしその範囲が(27)におけるそれより十分大きいならば, $\partial M^n/\partial w>0$である可能性が存在する。これは確実性下で得られる労働投入に対する明確に負の結果と対照的である。

(謝　辞)　本論執筆の初期の段階で, 藤野正三郎教授(一橋大), 石井安憲 (横浜市大), 大澤定順(神奈川大), 小林均 (流通経済大) の各助教授から有益なコメントを頂いたことに対し, ここに謝意を表します。しかし, ありうべき誤りや不明な点はすべて筆者の責任である。

参 考 文 献

Ehrenberg, R. G., " Heterogeneous Labor, the Internal Labor Market, and the Dynamics of the Employment-Hours Decision," *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, 1971.

Hartman, R., "Factor Demand with Output Price Uncertainty," *American Economic Review*, Vol. 66, No. 4 (Sept.), 1976.

Hey, J. D., *Uncertainty in Microeconomics*, Martin Robertson, 1979.

Holthausen, D. M., " Input Choices and Uncertain Demand," *American Economic Review*, Vol. 66, No. 1 (March), 1976.

Ishii, Yasunori, " On the Theory of Monopoly under Demand Uncertainty," *Zeitschrift für Nationalökonomie, Journal of Economics*, Vol. 39, No. 1 - 2, 1979.

河合榮三,「企業の要素需要展望(I)—不確実性下の競争的企業—」『流通経済大学論集』第18巻2号, 1983.

Kawai, Eizo, "Employment, Working Hours and Capital Utilization Rate of the Competitive Firm under Price Uncertainty," Ryutsu Keizai University, 1989.

Kon, Yoshinori, "Capital Input Choice under Price Uncertainty: A Putty-Clay Technology Case," *International Economic Review*, Vol. 24, No. 1 (Feb.), 1983.

Smith, K. R.,"The Effect of Uncertainty on Monopoly Price, Capital Stock and Unilization of Capital," *Journal of Economic Theory*, Vo. 1 (June), 1969.

宇沢弘文,『経済動学の理論』, 東京大学出版会, 1986.