アキレスと亀のパラドックス
—ラッセルの解決を擁護して—

藤 田 晋 吾

The Paradox of Achilles and the Tortoise

SHINGO FUJITA

キーワード
ゼノン，ラッセル，パラドックス，アキレスと亀，運動，無限

はじめに

クワインは世間の常識（ドクサ）に反する結論を「パラドックス」と呼び，それに対して，世間で通用している推論方式から自己矛盾が出てくる場合，したがって，世間で信頼されている暗黙の推論を明示化しその改訂を迫る場合には，パラドックスに対比して「アンチノミー」と呼んだ(1)。この規準にしたがえば，ゼノンのパラドックスはラッセルにとってもクワインにとってもパラドックスである（つまり，ゼノンの論法に間違いがある）が，ラッセルのパラドックスはアンチノミー（集合論のアンチノミー）である。ところがゼノンのパラドックスを好んで論じる哲学者たちにとっては，ゼノンの論法はまったく正しいのである。しかしゼノンの結論「運動は存在しない」は受け入れない。論法は正しいが結論は認められないというそのギャップに，論者自身の哲学的所見を詰め込むのである。ゼノン自身はといえば，師であるパルメニデスの「不変不動の一者」をいわば搦め手から援護するためにディレンマのかたちでアンチノミーを考案した，というのが哲学史の常識である(2)。

私自身はむかしから『数学の諸原理』におけるラッセルの解決で満足していたので，ゼノンのパラドックスには冷淡であった(3)。しかし植村恒一郎『時間の本性』（勁草書房，2002）を披見して，アキレスと亀のパラドックスがたんに異彩を放つ難問としてだけでなく，その難問に対する解釈から途方もない結論が導かれているので，物言いをつけたくなった。ゼノンのパラドックスについて私自身が何か新しい発見をしたわけではなく，たんにそれを論ずる哲学者たちがラッセルの解決で何が不満なのかを探っただけである。

以下では次の順序で論ずることにしたい。まず1では，ゼノンの有名なアキレスと亀のパラドックスについてラッセルが下した診断を復習する。今さらラッセルなんて！と思われるかもしれないが，私の見るところ，ゼノンを論ずる多くの人たちはラッセルによる解決で*ない*ものをラッセルになすりつけているのである。次に2において，大森荘蔵の「点時刻」論を検討する。この問題についての大森のベルグソンびいきは周知のことであるが，ラッセルとベルグソンの嘗ての喧嘩を繰り返すだけでは退屈だからである。最後に3において，植村恒一郎の「擬似時計」論を検討する。私は植村の議論を謬論だと考えるが，その謬論がどうして生まれてくるかを批判的に分析する*つもり*である。「ラッセルの解決法」（実は，*ラッセルの*ではないのだが）に対する不満こそが，大森と植村の共有する感情である。この点に目を向けていただくために「ラッセルの解決を擁護して」という副

題を付けることにした[4]。

1　ラッセルによる解決

ゼノンはいくつものパラドックスを考案したらしいが，よく知られているのは４個である。そのうちの２個（二分割，アキレスと亀）は無限分割可能性から矛盾を導くものであり，他の２個（飛ぶ矢，競技場）は無限分割不可能性から矛盾を導くものである，と言われている。しかし，「飛ぶ矢は飛ばぬ」のパラドックスが無限分割不可能性を前提するものであるか否かについては，決定的な決め手はない。アキレスと亀のパラドックスはこの４つの中で最も有名である。これが最も難しい問題だからではなく，最も理解しやすいからであろう。アリストテレスはそのパラドックスを次のように伝えている。「走ることの最も遅いものですら最も速いものによって決して追いつかれないであろう。なぜなら，追うものは，追いつく以前に，逃げるものが走り始めた点に着かなければならず，したがって，より遅いものが常にいくらかずつ先んじていなければならないからである」（『自然学』239b 15-18）[5]。

ラッセルに即してアキレスと亀のパラドックスを逐条的に書けば，次のようになる[6]。

(1)　アキレスの到達すべきどの地点にも亀がすでに通過したただ一つの地点が存在し，亀が通過するどの地点にもアキレスが到達すべきただ一つの地点が存在する。

(2)　それゆえ，アキレスが到達すべき地点の数は亀が通過する地点の数と同数である。

(3)　全体は，もしその部分と同じ長さを持たないならば，より多数の地点を持つ。

(4)　アキレスが亀を追い越すためには，亀の走る距離はアキレスの走る距離の部分でなければならない。

(5)　(2)により，アキレスは亀と同数の地点を持たなければならない。(3)により，アキレスは亀より多数の地点を持たねばならない。これは矛盾である。

この推論の誤謬は仮定(3)にある。アキレスが亀の後方100mから亀の５倍の速さで走るものとしよう。アキレスが亀にt秒後に追いつくとすれば，亀の速さが秒速１mとして，$5t=t+100$が成り立たねばならない。したがって，アキレスは25秒後に亀に追いつくことになる。アキレスは125m走り，亀はその1/5の25m走るわけであるが，どちらも与えられた時刻tの値に対してそれぞれただ一つの地点を占める。つまり，アキレスの占める地点と亀の占める地点は１対１に対応する。しかし，この１対１対応は，亀の走行距離がアキレスのそれの1/5だということと矛盾しない。ゼノンがアキレスと亀のレースから矛盾を導きだすことができたのは，数学的に正しくない仮定(3)を置いたからである。

「地点」の代わりに「アキレスが亀の占めていた地点まで走るあいだに亀がすでに走っている距離」を採用しても，上の議論はそのまま成り立つ。アキレスの100mに亀の20mが，アキレスの20mに亀の４mが，アキレスの４mには亀の4/5m………が，ぴったり対応する。「………」の部分が無限に続くだけである。アキレスと亀の差はどんどん短くなるが，決してゼロにはならない。そして，ゼロにならない限りその長さは分割可能である。だから１対１対応は間違いなく保証される。しかしこのことは，亀の走る距離25mがアキレスの走行距離125mの1/5だということと何ら矛盾しない。

ラッセル『数学の諸原理』が引き合いに出すトリストラム・シャンディの例を見ると，問題点がいっそう明瞭になる[7]。

(1)　彼は１年を費やして１日の出来事を書く。

(2)　どの１日もきちんと書かれ，n番目の日の出来事はn年目に書かれる。

(3)　日々の列も年々の列も「終わり」を持たない。

(4)　出来事の１日とそれを記入する１年とは１対１に対応する。

(5) 彼の伝記には，書かれない日は一日も存在しない。

トリストラム・シャンディが死なないとすれば，この推論はまったく正しい。それが奇妙だと感じるのは，たんに「部分は全体より少ない要素を持つ」という先入見のゆえである。

「アキレスと亀」を「二分割」に変換することは座標変換の問題にすぎないから，この二つは同類である[8]。以前の数値例を使えば，亀とアキレスの差は当初は100mで，その差が徐々に縮小していくのだから，アキレスは100mの巨大亀の背中を後尾から鼻先まで25秒かけて走るのだと考えればよい。もっともこの場合には，「亀の鼻先に到達するためには中間点に，その中間点に到達するためには1/4地点に，………到達しなければならない」ではなく，「中間点に到達できるとしても3/4地点に，3/4地点に到達できるとしても7/8地点に，………到達しなければならない」と言い換えなければならない。この言い換えの心理的効果は，前者の場合には「アキレスは無限個の点を通過しなければない」と思わせるのに対して，後者の場合には「1/2の分割が無限回反復されねばならない」と思わせる点にある[9]。

それでは，もし1対1対応が「アキレスと亀」の解決だとすると，「二分割」においては何が1対1に対応するのだろうか。二分割によってできる無限列1/2，1/4，1/8，………に，例えば無限列1/2，1/2，1/2，………を対応させればよい。すると，アキレスは同じ距離を無限回走らねばならぬように見える。無限回という回数は論理的には無限背進であって，言うなれば賽の河原の徒労である。いかに短い距離でもそれを二分割することができるから，このパラドックスの根は無限背進にある。ところが，二分割の無限回の操作は分割されるべき距離を限りなくゼロに近づけるから，アキレスの不可能性は無限背進による不可能性ではなく，ゼロに限りなく近い「無限小（infinitesimal）」を求めるべき真正の問題であるかのように錯覚されるのである。だが，無限小は無限回の操作の代用物である。どの自然数にもそれより大きい自然数が存在することが最大の自然数が存在しないことの言い換えであるように，どの数にもそれの半分の数が存在することは無限小が存在しないということの例示である。それゆえ，アキレスが無限列1/2，1/4，1/8，………のすべてを走らねばならないことと，彼が無限列1/2，1/2，1/2，………のすべてを走らねばならないこととは，論理的には同等である。その二つの違いは，前者の総和が有限であるのに後者の総和は無限だという点だけである。もしこの違いがアキレスと亀のパラドックスの解決とは何の関係もないのであれば，このパラドックスに論理的解決は存在しない。二つの無限列に1対1対応が存在することとそれらの各々の総和が異なることとが独立であることは，ガリレオやパスカルの時代からすでに周知の事実であった。「無限小」というキマイラだけがゼノンのパラドックスの解決を妨げたのである。

もしアキレスと亀のパラドックスの根が無限背進にあるのではなく，運動や時間の連続性／不連続性の問題だと考えるとしたら，どうだろうか。こんにちゼノンの4つのパラドックスを論ずる人たちは，「競技場」と名付けられた第4のパラドックスを無視しがちである。それを無視しがちな理由は，時間と空間を連続量として扱うのが科学の常識であり，そして「競技場のパラドックス」は，もし時間，空間が不連続であるとすれば陥るであろうところの矛盾を述べたものだからである。廣川洋一『ソクラテス以前の哲学者』に次の記述がある。これは不連続であると仮定すると陥るディレンマを述べている。

> 「多」についての論駁は二つが伝えられているが，そのひとつは，「もし多があるなら，それら［多］は小であるとともに，大でもあらねばならない。すなわち，大きさを持たぬほど小さい，とともに，無限であ

るほどに大きくなければならない」（断片1）という矛盾した帰結が生ずることを証明するものである。この証明のうち，前半の大きさを持たぬほど小さいにかんする論は，失われて存在しない。[10]

失われなかった方の証明は次のとおりである。「ものが大きさと厚みを持つなら，その内に少なくとの二つの部分A，Bを持たねばならぬ。………B部分も大きさと厚みを持つ以上，その内に少なくとも二つの部分C，Dを持つ。………このことは〈永久に言いつづけること〉ができる。したがって，ものは〈無限であるほど大きくなければならない〉」。この証明の前提は，ものは分割不可能な有限の最小単位を持つ，である。もしそうでなければ，「無限であるほどに大きい」ということは導かれないからである。

さて，ここでディレンマに立たされているのは，ゼノンにとっては「多」であったが，実は，ここでも「無限小」という概念である。「多」は分割によって生じる。もし無限分割可能ならばアキレスは亀に追いつけない。それゆえ，長さの最小単位として「無限小」が存在しなければならない。しかし，長さの最小単位が存在するとすれば時空は連続でなくなる。だからこれは競技場のパラドックスと同様，不連続性を仮定しているのである。「無限小」は二つの役割を果たすことが期待されている[11]。ものは無際限に分割可能であるから，「無限小」は本当は可変量でなければならない。しかし，どのものもそれ固有の確定した不変量を持つ。だが「無限小」が変数であるとともに定数であることは不可能である。それは矛盾概念であるから，そのような数は存在しない。

大森荘蔵はアキレスと亀のパラドックスを二分割のそれに還元した上で，ゼノンのパラドックスの核心は「限りない中間点をすべて通過しおえるということが〈限りない〉ということに矛盾する」という点にあると言う。「〈無限〉という概念の意味からして次々と無限の点を通過しおえる運動は不可能だ，というのがゼノンの逆理の骨格なのである」と（『時間と存在』，77頁）。「二分割」でも「アキレスと亀」でも，確かに，無限の全体が「終わりのない全体」として現われる。だから，1対1対応も「終わらない」はずの無限の全体を「終わった」ものとして扱うことであるかのように見える。そして，「終わりのない」全体を「終わった」全体にすり替えることは「時間の空間化だ」（ベルグソン）と言いたくなる。集合論は「終わらない全体」を「終わった全体」として扱う。そして集合論は数学の基礎である。だから大森にとっては，ゼノンのパラドックスを数学的に解決することは的はずれなのである[12]。

しかし「終わりのない」全体が「終わる」と考えるのは矛盾だという感覚は，次の二つの前提から生じているように思われる。

(a)　全体が「賽の河原」のような「終わりのない」仕事（行為，作業）であること。
(b)　全体が外延的に与えられる（つまり，枚挙によって与えられる）場合であること。

(a)も(b)も「直前の仕事」と「直後の仕事」があることを前提しているが，(a)はその仕事が「終わりのない」ことを前提し，(b)は問題の全体が枚挙によって「終わる」ことを前提している。この二つを併せると，「終わりのないものが終わる」という矛盾が出てくるのである。しかし，全体が外延的に与えられるのは，その全体が有限の要素からなるときだけである。全体が無限の要素からなる場合には，その全体は内包的にしか与えられない。素数は無限に存在するから，素数全体の集合は ｛x ｜ xは1かxによってしか割り切れない｝ と表わすしかない。しかし，だからといって，「素数の全体というのは矛盾だ，なぜならそれは〈終わりのない〉ものが〈終わる〉という矛盾を犯すことだから」という人はいない。同じように，二分割によってできる線分全体の集合は ｛x ｜ xは二分割によってできる線分である｝ と表わすしかない。

だからといって「二分割による線分全体の集合は矛盾である，なぜならそれは〈終わりのない〉ものが〈終わる〉という矛盾を犯すことだから」と言うことはできない。最後の項が存在しない無限列について，「終わる」と言うのは矛盾であり，「終わらない」と言うのはトートロジーである。「終わる／終わらない」は「終わりうる」仕事（行為，作業）についてのみ有意味に適用できる。無限列はたんに「終わらない」のではなく「終わりえない」のである。「終わらないものが終わるという矛盾」をとがめる論者は，もし主語を取り違えているのでないとすれば，内包的にしか与えられない集合が外延的にも与えられるという矛盾を犯しているのである。ゼノンのパラドックスは，論理的に不可能なことが事実上可能であるということの，その可能性を証明せよという問題ではない。論理的に不可能なことが事実上可能であることは，論理的に不可能なことだからである。

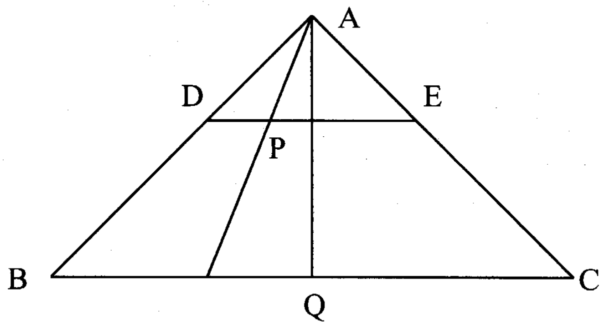
2　大森荘蔵の「点時刻」論

大森荘蔵は「無限級数の和」を計算してみせるのがラッセルの解決法だと言う。前節の例でいえば，アキレスが亀に追いつくまでに亀の走る距離は，20m，4m，4/5m，………とだんだん縮小していくが，これは順番に1/5倍する等比級数であるから，その和を計算すればよい。すなわち，

$$\lim_{n\to\infty}\Sigma\,20\times(1/5)^n = =25 \quad (n=0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

である。しかしラッセルはそのような主張をしていない[13]。ラッセルの主張のポイントは「極限は直前の数を持たない」ということである。だからアキレスは，彼の走るべき125mに横たわるすべての地点に「一つ一つ」触れながら走ることなどできない，と言っているだけである[14]。しかし，どの線分にも無限に多くの実数が隙間なくぎっしり埋め込まれているとすれば，すなわち，どの線分もその線分上の点の無限集合だとすれば，アキレスが亀に追いつくまで走るとき，彼はその距離にある無限個の点に触れて走っていることになる。もしかすると，大森はそのように考えて故意に誤解したのかもしれない。

次のような三角形を画いて，アキレスの走る距離をBC，それと同一の時間に亀の走る距離をDEとしよう。BC上の任意の点とAを結ぶ直線はDEとただ一つの点Pで交わる。また，AとDE上の任意の点を結ぶ直線を延長すればBCとただ一つの点Qで交わる。したがってDE上の点とBC上の点は１対１に対応する。



これは大森にとって，アキレスと亀のパラドックスを解く鍵ではなく，逆に「時間の空間化」という錯誤に陥らせる罠である。「ゼノンの逆理と現代科学」において彼はこう述べている。「以上の観察からわかるだろうが，運動の不可能性は線上の点は無限に存在するというギリシャ人を悩ませた幾何学的事実から出てくることなのである。換言すれば，幾何学的に表現する限りという条件付で運動は不可能なのである」（『時間と存在』79頁，傍点は原文）。

ところが「無限級数の和」には幾何学的表現は不必要である。例えば$(1/5)^n$の等比級数の和を計算するものとしよう。誰でも知っている計算法は，求めるべき和をSとして，$S-(1/5)S=1$から$S=5/4$を出す方法である。この場合に使われているのは$(1/5)^n$という等比数列と$(1/5)^{n+1}$という等比数列（ただし，ともに$n=0, 1, 2, \cdots\cdots$）との１対１対応であって，「線上の点は無限に存在する」という幾何学的表現は使われていない。しかしこの事実を以て，幾何学的に表現すれば運動は不可能であり代数的に表現すれば運

動は可能である，したがって，「幾何学と代数学は矛盾すると」考える人はいない。両者はともに１対１対応を使っているのだから，もし対立があるとすれば，「線分上の点は無限に存在する」ことと「線分の距離は両端の２点だけで決まる」こととの対立である。しかしこの対立は矛盾だろうか。それが矛盾であるためには，どんな長さの距離であれ「２点間の距離はその距離の部分より多くの点を持つ」を仮定しなければならない。しかしこの仮定は数学的誤謬なのだから，線分を「点の集合」と見なすことと線分の「無限回の分割可能性」とは何ら矛盾しない。

大森の「点時刻」批判は，実は，アキレスと亀や二分割からではなく「飛ぶ矢のパラドックス」から出てくるのである。『時は流れず』から引用する(15)。

> 要するに何のとがもない運動であっても，その軌跡となると矛盾にはまるということである。この私の解釈は，私が以前に到達した結論，「幾何学的に表現するという条件つきで運動は不可能」（前出，『存在と時間』，79頁），と一致する。ここで「幾何学的表現」といい「軌跡」という根底には，運動を x(t) の形で点時刻で表現するという，アルキメデス以来の科学の根本的習慣があることは一目瞭然であろう。つまりゼノンの逆理によって矛盾の傷を負うのは，実はこの点時刻表現なのである。（97頁，強調は原文）

「運動を x(t) の形で点時刻で表現する」とは，時間を表わす変数 t の値が，どの時刻を指すにせよ，とにかく特定のただ一つの実数をとるということであろう。ここには問題はない。実際，われわれは運動を f(t) という関数で表現し，そこに何らかの問題があるとは全然感じない。アキレスの運動を表現する関数 f(t) は，時間を変域にとり距離を値域にとる変域と値域との１対１対応と同じことである。また，一つの定数で表わされる時刻を「点時刻」と呼ぶことにも問題はない。しかし，この点時刻表現はどのようにして「ゼノンの逆理によって矛盾の傷を負う」のだろうか。大森の議論で欠落しているのは，点時刻表現がわれわれを矛盾に陥れる元凶だということの論証である。

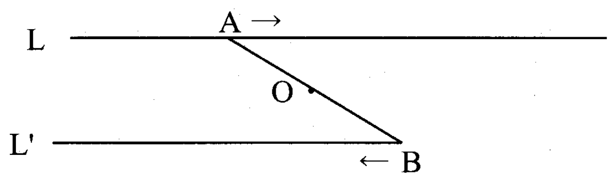
問題は，アキレスや亀のような物体の運動を点時刻表現すると矛盾に陥るということ，それをいかに証明するかである。「結局すべての逆理を起こす元凶は点概念であると言えよう」と大森が診断するとき，彼が根拠にとるのは「点運動の逆理」である。この「逆理」こそが大森の議論の核心であるから，当該箇所の全文を引用する。

> そこで始めに挙げた問題の命題［「点Ｘは位置Ａから位置Ｂに動く」という命題］で，点Ｘが位置Ａにある，という時に，［Ｘが］位置Ａにあるというのは［Ｘが］点位置Ａと同一点であるということになる。点Ｘが点Ａと同一の点でないならば位置Ａにあることはできないからである。但しこの場合，位置Ａと点（位置）Ａとが同一の点を指示するものとする。すると同様に，点Ｘが動いて位置Ｂにくるとは点Ｘが点Ｂと同一点であることになる。そして点Ｘが動く間じゅう別の点になるなどのことはないのだから，点ＸはＡからＢに動く間じゅう同一の点であり続ける。すると結局，この同一の点Ｘが始め点Ａと同一で，終わりには点Ｂと同一だということになる。これはＡとＢとは呼称によって異なる二点であることとに明白に矛盾する。
>
> この点運動の矛盾はすぐさま時間の領域に飛び火する。時間を一本の線，そして今現在を含むすべての時刻をその線上の点で表現する公認の線形時間において，時間の流れとして屡々時刻点の時間軸上の移動が考えられるが，この時刻点の運動とはまさに点運動に他ならず，したがって自動的に矛盾を含むことになる。その誤って構想さ

れた運動の始点と終点は異なる時刻であるべきなのに同一時刻になるという矛盾である。(『時間と存在』, 82頁)。

この議論は矛盾に陥ることの証明ではない。議論が証明になっていないのである。点Xが動くのであれば, Xが特定の位置にあり続けることはありえない。だから, Xが動く限りXは特定のどれか一つの点（位置）を指示することはできない。他方, 点Xがつねに同一の点を指示するのであれば, Xは1/2とか1/3とかという特定の数である。しかし数は動くはずがない。だから, 議論全体が「Xは動き, かつ動かない」という矛盾の上に立っているのである。例えばサイクロイドを考えてみよ。円が直線に接しているときの円周上の点をX, そのときの直線上の点をAと呼び, 円が一回転して点Xが再びその直線に接したときの直線上の１点をBと呼ぶことにする。点Xの軌跡は「Xの位置＝A」に始まり「Xの位置＝B」で終わる。このことはA≠Bと何ら矛盾しない。もちろんここには運動や時間は含まれていない。幾何学的点が「動く」のは「動く」の非時間的な意味においてだからである。大森の議論の落とし穴は「点位置」という概念にある。「点位置」は点でもあり位置でもある。しかしこの議論の世界に関する限り, 点は「動きうる」が位置は「動きえない」のである(16)。だからこそ大森も「点位置A（あるいはB）」とは言っても,「点位置X」とは言わないのである。

大森の議論の落とし穴をいま少し詳細に調べると, その議論は次の二つから成り立っていることが分かる。第一に, 幾何学的点の運動やその軌跡なるものは消去可能であるという主張(66頁), 第二に, 幾何学的点の同一性とは「………をAとせよ」という命名宣言に他ならないという主張である（80頁）。第一の主張は, それ自体としては無害であるが, 変項を導入せざるをえない。大森が彼の主張の例証として挙げている次の図（ただし『存在と時間』に描かれているわけではない）を例にとる。



$\overline{OA}=\overline{OB}$を保ちながら直線L上の点Aを直線L上に動かせば, 点Bの軌跡L'はLに平行である。これは「点Aを任意にL上にとるときそれに対するBはすべてLに平行な直線の上にある」（傍点は原文）と言い換えられる。記号で表記すれば

$$\forall x\,[x \in L \rightarrow \forall y\{(\overline{x}=\overline{y} \,\&\, y \in L') \rightarrow L/\!/L'\}]$$

である。ただし点AとBはxとyに, $\overline{OA}=\overline{OB}$は$\overline{x}=\overline{y}$に書き換えた。こうして「点運動」は消去されるが, その代わりに変項x, yが現われる。この変項で非時間的な「動き」を表現しているのである。他方, 第二の主張, 点の同一性とは「………をAとせよ」という命名宣言に他ならないという主張は, 問題になっている点の〈内包〉（フレーゲの言う〈Sinn〉, サイクロイドの例で言えば「円が直線に接しているときの円周上の点X」のような, 点Xの同定条件）を脱落させる。しかし〈内包〉を脱落させれば,「同一の点」の軌跡（あるいは「動き」）を表現できなくなる。それゆえ軌跡は「点集合」に置き換えられざるをえない。こうして, 一方で, 点の「動き」を表現すべき〈変項〉が不問に付され, 他方で, 点の同一性を表現するために不可欠な〈内包〉が落とされる。大森は, 一方で変項が何を指示するかという問題を無視し, 他方で〈内包〉を落として〈名称〉とその〈指示〉だけで点の同一性を定義しようとするから, 幾何学的点は「動き」がとれなくなるのである。ここから「点運動は存在しない」と言うことはできるが（なぜなら, 点運動を消去したのだから),「点運動は矛盾している」ということは出てこない。

「時刻点の運動」となると, 関数f(t)の時間変数tが意味すること以上のことを含意して

いる。つまり，「経過する時間が時間変数tによって表現される」ということが，「時刻点が時間軸上を運動する」という話にすり替えられている。このような論点のすり替えをしなければ，「時刻点の運動」は，時間変数tの指示が1/2とか1/3とかという数ではありえない，というだけのことになる。もしかすると大森が言いたいことは，ミンコフスキー空間の時間軸上を今現在が移動するのではない，ということかもしれない。しかしここで問題になっていることは，「今現在という時刻点が時間軸上を運動するか否か」ではなく，アキレスや亀の運動を関数で表現することが矛盾を含むか否か，ということである。アキレスも亀も運動する物体だと見なされているのだから，大森が証明しなければならないのは「点運動の逆理」ではなく「質点（material particle）運動の逆理」である。もしXが質点であれば，「X＝AかつX＝B」とはならず，「t_0におけるXの位置＝A，かつ$t_1(\neq t_0)$におけるXの位置＝B」となる。これはA≠Bと矛盾しない。なぜならXが時間の経過とともに動き，AとBが質点Xの相異なる点時刻での位置だからである。ここにどんな矛盾があると言うのだろうか？

質点Xの状態は変数で表わされる。いったい変数は何を指示するのか。変数の値は1/2とか1/3という数であるが，変数が1/2や1/3を指示するのではない。それでは変数の値となりうる数の集合を指示するのだろうか。しかし，数の集合と1/2や1/3を足すことはできない。うまい定義は見つからないが，誰でも知っていることは，関数f(t)のtが「どれか一つの値をとる」ということである。そしてそれを「t＝1/2」とか「t＝1/3」と書く。すると，変数tとはt＝1/2，t＝1/3，………を選言肢とする無限選言：(t＝1/2)∨(t＝1/3)∨………である。これこそが大森の「点時刻」表現なのではないかと私は推測する。無限選言：(x＝1/2)∨f(x＝1/3)∨………には1/2とか1/3の点時刻表示はあるが，時間も運動も存在しないからである。この無限選言には時間も運動も存在しないから，もしこれで運動を表現するとすれば，その運動論は極めつきの静態理論（static theory）になる[17]。ベルクソンが非難した「実在の活動写真モデル」もこれである。しかしこの静態理論が静止理論（an immobility theory）であることを証明しない限り，ゼノンのパラドックスは出てこないのである。

もし私のこの推察が間違っていなければ，ゼノンのパラドックスを巡る大森の議論は「飛ぶ矢の逆理」で尽きている。大森自身次のように述べている。

> 点運動の逆理の根源は「点」または「点時刻」の概念にあるのに対して，ゼノンの逆理は線上の点の「無限性」にその源泉があるのである。しかし，後者の「無限性」の源泉を辿ればそれは前者の「点」概念に行きつくだろう。更に「点」概念はゼノンの「飛ぶ矢の逆理」が出てくる源泉でもあるので，結局すべての逆理を起こす元凶は点概念にあると言えよう。(『時間と存在』，83頁。強調は引用者)

ところが「飛ぶ矢の逆理」について大森が述べていることは，「飛ぶ矢は本当は飛んでいない」ということの証明ではなく，「飛ぶ矢の議論の全体が近似的無意味」だということである。その意味は，「運動とか静止とかは，微小なりとはいえ有限の時間間隔と有限の空間間隔の上で意味を与えられているのであって，ただ一個の点時刻の上での運動や静止の意味を一義的に決定できない」(同上書，84頁）ということである。これはまったく健全な見方である。もし点時刻変数tを無限選言：(x＝1/2)∨(x＝1/3)∨………で置き換えるとすれば（実際にはtの変域は実数だから，置き換えられないが），例えばf(1/2)だけからでは問題の質点が運動しているとも静止しているとも言えない。運動には「質点が相異なる点時刻に相異なる位置を占める」ということが含まれている。それゆえそれは運動概念が意味を持つための必要条

件である。だから大森はこう言う,「持続ゼロの点時刻における物理量や状態がかくかくだということは極めて不安定で無意味にスレスレの所なのである」(同上書,85頁)。しかしこの議論は点時刻における運動が無意味だという主張であって,点時刻における運動が矛盾概念だということの証明ではない。

点時刻における運動が矛盾概念であることの証明は可能だろうか。ゼノンが例えばこう論じていたとしたら,どうか。——「飛ぶ矢は飛んでいない」と主張しうるためには,矢が飛んでいない瞬間(点時刻ではなく,有限の微少時間)が存在しなければならない。もし瞬間がさらに分割可能だとすれば,矢は分割された各部分の間を動くことになるから,瞬間は分割不可能である。それぞれの瞬間において矢は静止しているのだから,もし矢が動くとすればある瞬間と次の瞬間の間においてである。しかしある瞬間と次の瞬間の間に中間の瞬間は存在しない。したがって,矢は時間の存在しないところ,つまり時間の切り口(点時刻)で動いているのでなければならない。「羊かんの切り口には羊かんはない」ように,時間の切り口に時間はない。だから,矢は時間のないところで飛んでいることになる。これは,運動が有限の時間間隔を必要とすることに矛盾する。

この議論は時間に最小単位があるという前提のもとでのみ成り立つ。つまり,私が示唆したいのは,飛ぶ矢のパラドックスは競技場のパラドックスと同類のものであって,不連続性の仮定のもとでのみ生ずるということである。大森は点時刻における運動の「無意味スレスレ」を揶揄するばかりで,点時刻における運動の「矛盾」を証明していない。その理由は,彼にとって(また大多数の科学者にとっても非科学者にとっても)時間・空間の連続性が自明の前提になっているからだと思う。実際,実数直線上のどの実数にも「直前の」あるいは「直後の」実数は存在しないから,「直前の」瞬間とか「直後の」瞬間とかも存在しない。われわれは点時刻関数 f(t) を f(1/2)∧f(1/3)∧……… などと書くことは決してできないのである。しかし t はどの値かをとり,どの値も動きようのない一つの数である。その値は点時刻の表示ではあるが,そのような点時刻の想定から矛盾が出てくるということ証明するためには,「点時刻において運動は存在しない」を仮定しなければならない。だが,まさにそれが証明されるべきことであった。そして大森は「点運動の逆理」に拠り所を求めること以外,どこにも「飛ぶ矢の逆理」が逆理であることを証明していないのである。

矛盾の証明がないままで,現代科学に対する大胆な診断が下される。まず次の但し書きがある。ある点時刻における物理量や状態を考えることは物理学の習慣であり,そうである限り,日常的な色知覚や痛み知覚の場合とは違って,「飛ぶ矢の逆理を無意味化することはない」。次に大胆な診断がくる。「表面は健康な人でも身体のどこかに細胞の癌化が起きていて増殖しており,或る日突然に症状が起きる可能性があるのと同様に,科学に飛ぶ矢の逆理から激しい症状が起きる可能性は常にある。それは数学体系の中にまだ発見されていない矛盾がひそんでいて,何時の日かそれが危機を引き起こすかもしれないのと同じである」(同上書,95頁)。しかし,「飛ぶ矢の逆理」の逆理たる所以のものが示されないのであるから,「飛ぶ矢の逆理から起きる激しい症状」は「原因不明の何かから起きる激しい症状」でしかない。ところが,「激しい症状」は不連続なエネルギー準位を要請する量子力学においてとっくの昔に起きていて,こんにちでもその不連続性から起こった症状は続いている[18]。だから大森はむしろ,飛ぶ矢のパラドックスは不連続性を導入することによって生じる難問を予告していたのだ,と言うべきだったのである。

3　植村恒一郎の「擬似時計」論

はじめに述べたように植村恒一郎『時間の本性』の第二章「ゼノンのパラドックス」を読ん

だことが本稿のきっかけである[19]。「アキレスと亀の時計なき競争」という副題は「時計」に対する植村の執着を示している。時計がなければアキレスと亀は競争できず，時計がなければ時間さえ存在しないかのようなのだ。これが後で述べるように植村の議論全体をきわめて解りにくいものにしている。

「擬似時計」論を検討する前に，植村の議論の基本的な枠組みを見ておく。植村の言いたいのは，こういうことである――アキレスと亀についてのゼノンの議論はどこも間違っていない。それをパラドックスと感じるのは，われわれがゼノンの議論の前提を見抜けず，現在のわれわれの前提で理解するからである。そして，ゼノンの前提は次のようなものだと言う。

> [ゼノンの] 議論に登場するのは，二つの運動と，それを相互に関係付けるために互いを区切る地点と時点だけである。それは換言すれば，空間としての「量」や時間としての「量」が単独で登場しないように，初めから仕組まれた舞台なのである。それは，一定の長さを測定する「物差し」や，一定の量の時間を教える「時計」が存在しない世界，プリミティブな運動だけが存在し，その二つの運動が，独自の量を持つ時間や空間という前提なしに相互に関係づけられるという，きわめて原初的な場面なのである。このことを理解することが，「アキレスと亀」問題の解明のために何よりも必要である。(54頁，強調は原文)

それでは，われわれの前提はどのようなものか。

> 通常，我々はアキレスと亀がその「速さ」を競っているかのように思いこまされているが，実はこれは仮象にすぎない。なぜなら，二つの運動体がその「速さ」を比較されるためには，普通は，その運動体の外部に，第三の運動体としての「時計」の存在が前提されているからである。(同上書，55頁，強調は引用者)

これだけの引用ですでに植村の「時計」への偏執は明らかである。どう考えても「アキレスと亀」には「時計」はまったく不必要だから，私は上の引用から「時計」を脱落させたい。まず「量のない時間」「量のない空間」とは，時間や空間が存在しないということである（量がゼロの場合は，「時刻」「位置」と呼ぶことにする)。だから，量のある時間をたんに「時間」と呼び，量のある空間をたんに「空間」と呼ぶことにする。次に，時間や空間が存在することと時間や空間を計測することとは別物であって，計測しなくても時間と空間は存在しうる。すると植村の言うゼノンの前提はもっと簡単に「プリミティブな運動だけが存在し，運動がある限りにおいて時間や空間がつくり出される世界」だと言い換えられる。それに対して，現在のわれわれの前提は「時間と空間がはじめから与えられており，運動がその中でのみ存在しうるような世界」だと言い換えられる。

このように読み替えたうえで，もし植村の議論が成り立たなくなるのであれば，植村の議論は失格するのではないだろうか。なぜなら，時計がなくてもアキレスと亀は競走できるし，時計がなくても時間は経過するからである。「速さ」を計測することによって勝敗を決めることは稀であって，子供たちの駆けっこでも運動会の100メートル走でも時計は使わない。オリンピックでも選手たちは記録ではなく金メダルをねらう。誰もがやがては死ぬであろうが，それは時計が存在するからではない。時間が存在するとは生成変化があることである。時計が必要なのは時間を計測するときだけである。時計や物差しによる計測がなければ時間や空間が存在しないとすることは，ゼノンのパラドックス以上に不可解なことである。だから，「時計がなくてもアキレスと亀は競走できるし，時計がなくても時間は存在する」ことを否認するような議論は失格なのである。

植村の議論は失格だろうか。ここで失格だと宣言するのはたやすい。植村自身が提出している疑問，すなわち「アキレスと亀という運動主体が登場して競走するという，それだけの設定ですでに，それぞれ固有の〈速さ〉を持つことが前提されているのではないか」という疑問と，それに対する彼の答弁を見てみよう。「速さ」は走った距離とそれに要した時間によって定義される。だから，アキレスと亀が「速さ」を持っていては具合が悪い。そこで彼はこう答弁する。

> アキレスと亀だけで運動を相互に分割するという原初的な場面の内部では，その議論の論理的構成要素として，それ［速さ］を前提していない。つまり，規則的な基準運動による「速さ」という規定を与えることができないように，欠陥のある状況設定がなされている。にもかかわらず，我々はその「欠陥のある状況設定」がどこにあるのかを普通よく理解できないので，パラドックスに感じるのである。つまり，議論それ自体ではそれぞれの「速さ」が「与えられない」にもかかわらず，我々は日常の理解を外から持ち込んで「速さ」を想定するから，パラドックスに感じられるのである。（同上書，69頁）

ここで植村が混同しているのは，「速さ」と「速さの測定」である。速さの測定には規則的な基準運動（つまり，時計）が必要である。しかし規則的な基準運動と比較しなくても，速く走るか遅く走るかの違いはある。「アキレスと亀」においては，彼らの秒速や時速は与えられていないが，アキレスが亀より「速く」走ることは議論の前提である。運動体が運動するときは「ゆっくり」とか「猛スピードで」運動するのであって，いかなる「速さ」も持たないで走ることはありえない。この混同こそが植村の議論を混乱に陥れている元凶である。彼は，「時間の流れにその〈速さ〉がない」ことと「［基準運動としての］時計の運動に〈速さ〉がないこと」とを同一視する（56頁）。これは「位置にはそれが占めるべき位置がない」ことと「（基準尺度としての）物差しに長さがない」こととを等値するような混同である。「時計の運動」も「物差し」も「速さ」や「長さ」を持つからこそ，計測されるべき「運動」や「長さ」と比較できるのだ。この混同と誤謬によって，「時計」が存在しなければ時間が存在しないだけでなく「速さ」も存在しない，ということになってしまうのである。

植村の根本的誤謬は，時間・空間の「量」の存在を時間・空間の「計測可能性」に還元してしまう点にある。「速さの測定」がなければ，「速さ」が存在しないのではなく，たかだか「速さの測定基準（metric）」が存在しないと言えるだけである。同じように，時間や空間の計測がなければ「時間や空間は存在しない」のではなく，時間や空間の計測基準が存在しないと言えるだけである。植村が主張したいのは，ゼノンの議論においては計測可能でない時間と空間だけが前提されるべきだ，ということである。しかし，植村がゼノンの前提について補足説明している章末の文章では，計測の非存在から（時間や空間の）「量」の非存在を推論するという飛躍を敢行している。

> アキレスと亀は，すでに存在している「量」のない場所で「運動の分割」だけをしている。………運動の分割によってしか地点と時点の規定が行われないので，そのつどの分割によって，そのつどの有限な量が小出しに生み出されるだけになる。………つまり，「亀を進ませる」ことによってしか，あらたな量は「生み出され」ない。「量」は，運動の分割が「現実に」行われた，そこまでの分しか存在しない。その先にも「量」が「可能的にある」ということがない。（同上書，69頁，強調は原文）

植村は「時間，空間の存在」を「時間，空間の計測」と同一視するので，「その先にも［空間や運動の］〈量〉が〈可能的にある〉ということがない」と表現せざるをえない。「空間や運動の計測可能性が存在しない」という主張が，「空間や運動が可能的にすら存在しない」という主張に飛躍したのである。しかしもし「空間や運動が可能的にすら存在しない」のであれば，時間も可能的にすら存在しないことになる。

ここで，もし時間が計測不可能なのであれば，植村の「擬似時計」論は総崩れになってしまうという点に注意していただきたい。「擬似時計としてのアキレス」という論点が彼の所論の要をなすが，もし「時間の計測可能性」を植村の議論から落としてしまえば，アキレスが擬似時計であるかどうかはすっかり無関係な論点になるからである。「擬似時計」とは，見かけ上は時計であるが測定基準になりえない時計である。アキレスが擬似時計であろうとなかろうと，そもそも計測が不可能なのだから，それはどうでもよいことである。「擬似時計」論が生きのびるためには，ゼノンの議論の前提としては時間は計測不可能であるが，現在のわれわれの前提としては時間は計測可能だという区別に訴えざるをえないのである。

それでは「計測可能な時間」の存否が（植村の用語法では「時計」と「擬似時計」の違いが）われわれの前提とゼノンのそれとの違いだとすると，アキレスと亀は「計測不可能な時間」の中で何をしていることになるのだろうか。計測不可能だとはいえ，アキレスは亀より速いのだから，比較は可能でなければならない。もし比較不可能だとすると彼らが運動する空間は距離空間（metric space）ですらなくなってしまう。距離空間であることの必要条件は距離の大小関係が存在することだからである。しかし他方，比較が可能なのであれば，「なぜアキレスは亀に追いつけないのか」を説明しなければならない。植村の議論はその点を曖昧にしており，一方では，「時計はそれ自身の〈速さ〉を持たない」ので「アキレスが擬似時計になっている」以上，アキレスは亀に追いつけない（つまり，比較不可能だ）と主張し（56-57頁），他方では，アキレスと亀の運動の「相互分割」しかないので運動の連続性が破棄され，静止画像の終わりなき離散的点列だけが残ると主張する（66-67頁）。

もし比較不可能性が確立される（その場合，ゼノンの議論をその第一のステップで拒否することになる）ならば，連続性破棄論は不必要である。それゆえ，植村の議論のポイントは連続性の破棄という点にあると理解しなければならない。しかも「擬似時計」は「時計」ではないのだから，「時計はそれ自身の〈速さ〉を持たない」と主張しても擬似時計であるアキレスと亀の比較不可能性は出てこない。だから，植村の「擬似時計」論の目的はたんに連続性を拒否することなのだ。こうしてようやく「擬似時計」論と静止画像論が結びつく。アキレスはなぜ亀に追いつけないのか。その答えはきわめて簡単である。アキレスも亀も静止状態にしかいないからである。連続的運動があらかじめ存在し，それが離散的静止画像に写し撮られるのではない。アキレスと亀の競走が離散的な各時点における静止した場面としてのみ存在するのである。植村は「擬似時計」（つまり「計測不可能な時間」）を導入することによって，アキレスと亀のパラドックスを飛ぶ矢のパラドックスに変換しようとしているのである。

植村が試みたことは，アキレスと亀のパラドックスから「運動の静止画像化」というベルグソンの論断を直接導出することである。「アニメは，静止画像を順々に提示することによって運動の仮象を作り出すが，〈アキレスと亀〉は，運動を静止画像化して，それを無限に増やしていくという〈逆アニメ〉である」（66頁）。問題は，アキレスと亀の「運動」をいかにして一枚一枚の静止画像へと変換するかである。「飛ぶ矢」ならば一枚ずつ矢の位置をずらして画けばよい。しかし「アキレスと亀」ではこの手は使えない。一枚ずつ描いてもアキレスが亀

に追いつけない（追いつくことが不可能な）アニメにはならないからだ。そこで植村は強引な非常手段に訴える。この非常手段の強引さは前節で見た大森の「点運動の逆理」に匹敵する。

「アキレスの鼻の先端をX，かめの鼻の先端をY，そして亀の出発点をA，アキレスが亀の出発点であるAに来た時に亀のいる位置をBとする」。X，Yはアキレスと亀それぞれの同一性によって，それぞれの同一性が与えられる。点A，Bは大地の上の特定の位置によってその同一性が与えられる。ここから植村はとんでもない主張をする[20]。

> 点Xと点A点Bとは，その同一性を与える基体が異なっており，その同一性はそれぞれ別々に定義されるので，たがいに共約不可能であり，もし「点Xが点Aにある」と言われるならば，それは「一つの点を二つの点として扱っている」のであって，二つの点の同一性は仮象なのである。(63頁，強調は原文)

アキレスの鼻先Xはたしかに大地の一点Aではない。だから両者は同一ではない。同一でありうるのはアキレスの鼻先の位置と大地の一点である。アキレスが転倒して鼻先が大地に触れれば，その時の彼の鼻先Xの位置はXがその時触れた大地の一点Aと同一である。そもそも点Xと点Aが「共約不可能」だと主張すること自体が異常である。植村が言いたいのは，点Xと点Aは変換式の存在しえない二つ座標系における二点だということであろう。しかしアキレスも亀も質点によって代表させてもよいのだから，その変換式はただのガリレオ変換である。用語法をねじ曲げるから「二つの点の同一性は仮象」などという仮象が生まれるのである。(ちなみに，引用中の挿入「一つの点を二つの点として扱っている」はアリストテレスからの引用であるが[21]，これを無視しても点Xと点AまたはBの「二つの点の同一性は仮象」という結論には影響しない)。

アキレスの鼻先Xの位置と鼻先が触れた大地の一点Aが同一であるためには，植村によれば，「アキレスの身体と大地という二つの物体（座標）が，繋がったただ一つの物体」になっていなければならない（繋がって一つになるのは，本当は二つの「物体」ではなく，二つの「座標系」であるが)。「繋がったただ一つの物体」になっているのだから，アキレスと大地の個体性は消滅する。運動はすべて相対運動だから，個体性の消滅とともに大地に対するアキレスの運動も消滅する。だからわれわれは「それを運動のない〈一枚の絵〉のように取り出すことができる。………アキレスと亀の大地に対する運動は，あたかもアニメの画像のように，一枚の紙のそれぞれの位置に描かれた静止したアキレスと亀として掬い取られる」(65-66頁)。これを理系の人に直観的に分かるように表現すれば，粒子の運動を場の状態変化として考える，ということである。しかし場の状態変化も連続的であるから，これだけではまだ運動の静止画像化は完成しない。

「飛ぶ矢」をフィルムに収めればよいだけなのに，植村はなぜ無理な議論を押し通したのか。状態変化の連続性を破棄したいからである。植村はこう言う——「アキレスと亀」の問題の真の所在は「数学的無限にあるのではなく，所与の二つの運動同士を直接に関係づければ，時間と空間と運動の量的関係が成立せずに，擬似時計になってしまうという点にある」(67頁)。アキレスは「擬似時計」であり，「アキレスと亀」には擬似時計しか存在しない。「擬似時計」しか存在しないがゆえに，「時間と空間と運動の量的関係」が成立せず，したがって，数学的議論が一切意味をなさなくなる，と。「数学的議論が一切意味をなさなくなる」ようにすることが植村の目的である。(ちなみに，植村も「無限級数の和は有限であるというラッセルを初めとする解決法」という大森の誤解を踏襲している[22])。だが植村が真に必要としているのは連続性の破棄であり，連続性の破棄だけである。「擬似時計」論の目的は，

時間，空間，運動の「量的関係」の不成立という点にではなく，連続性の破棄という点にこそ置かれれるべきだったのである。

ゼノンは，もし時空が連続的だとすれば，連続体は無限分割可能だからアキレスは亀に追いつけない，と論じた。植村は，アキレスと亀は「計測不可能な世界」の中で競走するので，計測可能な世界を前提するわれわれの世界を前提してはならないと論じ，苦心のすえ静止画像論に到達した。しかし，子供でも理解でき関心をそそられるアキレスと亀のパラドックスがこれほど不確実で厄介な操作を経由してしか出てこないのであれば，「アキレスと亀」の簡潔な美しさはすっかり失われる。アプリオリな論証の威力に開眼したのがエレア派であり，論理に対するエレア派の陶酔は，プラトンを経て，哲学の伝統に流れ込んだ。そのエレア学派の論敵はピタゴラス派だったと言われている。そしてピタゴラス派は「幾何学的点と最小量（minimum magnitude）との区別をまだ明確に定式化していなかった」[23]。だからこそゼノンはそこに付け入ることができたのである。もしゼノンが植村の言うように「計測不可能な世界」という前提から矛盾を導いたのであれば，論敵たちは当の前提自体を拒否したことであろう。前提の方が結論以上にいかがわしいからである。植村のゼノン解釈は，労作であるには違いないが，論理的には無用な回り道であり，学説史的には見当違いであると思う。

植村がこれほど無理な議論を重ねることになった理由は，彼が，アキレスと亀のパラドックスには「運動」「地点」「時点」「同時性」が許されるだけで，客観的実在を示唆するような「時間」「空間」「速さ」「量」「数」といった概念は許されていないと見なしたからである。彼はゼノンのパラドックスを伝える際に使われる必要最小限の語彙だけが合法的だと考えたのである。ところが，「運動」は必ず「速さ」を持っているし，速さは「距離」と「時間」を前提する。「距離」「時間」は「量」であるから「運動」は「量」も巻き込んでしまう。そして「量」は数学の対象であるから，結局「アキレスと亀」は数学的に扱えることになる。しかし数学的議論，数学的解決には不満である。こうして全労力はひたすら数学的考察を忌避するために費されたのである。

パラドックスとその解決に必要なことは，許容される語彙の多寡ではなく，概念の論理的分析である。どの概念もそれ単独で意味を持つのではないから，許容される語彙群を無理に分断すれば，逆に奇妙な世界を捏造することになるのである。

註

(1) Quine, W. V., The Ways of Paradox, in *The Ways of Paradox and Other Essays*, Random House, 1966, pp.3-20. パラドックスには，常識が偽である場合と申し立てられた結論が偽である場合がある。ゼノンのパラドックスはクワインによれば後者に属する。

(2) Guthrie, W. K. C., *A History of Greek Philosophy*, Vol.2, Cambridge University Press, 1964, pp.91-100. 藤澤令夫「運動と実在—ゼノンの運動論駁をめぐって—」，『著作集Ⅰ』所収，岩波書店，2000，387-411頁。

(3) Russell, B., *Principles of Mathematics*, George Allen & Unwin, 1903.

(4) 中村秀吉『時間のパラドックス』（中公新書，1980）は，ラッセルの解決法に従っているが，ラッセルのやり方では「無限の手続き（操作，行為）」を無視することになるという理由で「無限の操作を現実に必要とするような事態を経験的世界から放逐する」という解決を選ぶ。その通りではあるが，私はゼノンのパラドックスを「運動」という概念に関するパラドックスだと見なし，以下では「無限の行為の完遂不可能性」という論点はあらかじめ除外して考える。

(5) 『アリストテレス全集』第３巻（『自然学』），出隆・岩崎允胤訳，岩波書店，1968，258頁。

(6) Russell, B., op. cit., §340, pp.358-359.

(7) ibid.

(8) 大森荘蔵は「競技場のどこかに建てられた座標軸を亀の背に縛りつけた座標軸に変える」という巧い表現を使っている。『時間と存在』，青土社，1994，76頁。

(9) 大森は問題の本質が1対1対応にあることを認めるが，そこから直ちに，無限距離運動は不可能であるがゆえに「ゼノンの結論は回避できない。………運動は幾何学的に表現する限り不可能なのである」と結論する。前掲書，77-79頁。アリストテレスは「二分割」の解決として時間も無限に分割可能だという点を指摘するのは，「無限個の点を通過することは不可能」とする解釈を前提したからであろう。1対1対応から「無限個の点」「無限の距離」という結論を導く必要はない。むしろ「無限回の繰り返し」「無限背進」を見抜くことがこのパラドックスを解く鍵なのである。

(10) 廣川洋一『ソクラテス以前の哲学者』，講談社学術文庫，1997，125-126頁。

(11) 解析学に無限小の仮定が不必要であることが知られていなかったニュートン，ライプニッツの時代には，解析学はその実用性によって擁護された。だからこそ，バークリは解析学に論理的基礎が欠けていることを批判できたのである。三宅剛一『数理哲学思想史』，学芸書房，1973。

(12) 大森荘蔵「刹那仮説とアキレス及び観測問題」は次のように述べている。「無限数の点を通過し終えるということは〈無限〉ということの意味に矛盾することではないか。………だからラッセルのしたように，$1/2^n$の無限項和が有限になると言うことはこのパラドックスの核心からずっと上の方に的をはずすことになる」。『時間と自我』，青土社，1992，80頁。

(13) ラッセルがゼノンのパラドックについて論じているのは，『数学の諸原理』と『外界についてのわれわれの知識』（*Our Knowledge of the External World*, George Allen &Unwin, 1914）である。この二著以外に論じている箇所があるかどうか，私は知らない。小川弘『時間と運動』（御茶ノ水書房，1986）はラッセルの解決法を紹介し批判している。しかしその紹介は不正確であるだけでなく，ラッセルの議論の脈絡を無視することによって「ラッセルの議論」を誤読する結果になっている。一つだけ例示しておく。小川は言う——「コンパクト性によって無数の点を〈一つずつさわり〉ながら走ることはできない，それゆえ二分割のパラドックスは成り立たない，というのがラッセルの批判である。もっともラッセルには無限等比級数の和が有限である，という論理に立っての批判もある」（79頁）と。前者は，次の註で述べるように，アリストテレスの解釈に対するコメントであって，ゼノンの議論自体に対する批判ではない。後者の文脈は，「有限時間の無限和は無限でなければならない，それゆえそのプロセスは決して終わらない」という主張だとすれば，これが説得力を持つのは無限列の全体の向こうには何も存在しないと想定するときだけである（そして，これが偽であることは，1が無限列1/2，1/4，1/8………の全体の向こうにあることを見れば分かる）」（Russell, *Our Knowledge of the External World*, p.178）というものである。

(14) これはアリストテレスが述べた解決に対するコメントである。その要旨は次のとおりである。ゼノンはここで無限分割可能性に訴えている。だから線分上には無限個の点が存在しなければならぬ。だがアリストテレスはこれを，有限時間のうちに無限個の点に一つずつ触れることはできないと論じたものとして解釈する。「一つずつ」という語は重要だ。(1)触れられるすべての点が問題なのだとすれば「一つずつ」触れることはできない。他方，(2)逐次的な中間点のすべてということであれば「一つずつ」触れることはできるし，それらの点が無限個だとしても有限時間内にすべてが触れられる（Russell, op. cit., pp. 176-7）。

(15) 大森荘蔵『時は流れず』，青土社，1996。

(16) アリストテレスがゼノンの議論として伝えているいま一つのパラドックスは大森の「点位置」を思い起こさせる。「存在するもの［例えば点X——引用者］はすべてある場所にある。もし場

所が存在するとすれば，その場所もある場所にある。これは無限背進に導く。ゆえに場所は存在しない」(Guthrie, op. cit., p.97)。ゼノンの言う「場所」は拡がりのある場所であるが，拡がりのない点場所（すなわち，位置）だと解釈すると，カテゴリー・ミステイクによって「位置の位置」を空疎に問い続けることになる。

(17)　「静態理論」という用語はラッセルによる。これが『数学の諸原理』おけるラッセルの基本的立場である。日本人によるゼノンのパラドックスの扱いの特徴は，パラドックスを解くことにではなく，「運動の結果」や「運動の軌跡」を却下して「運動そのもの」，「運動しつつある運動」を提示しようとすることにある（つまり彼らは，物理学が「運動そのもの」をではなく「運動の結果」しか扱っていない，と言いたいのである)。だから，矛盾が出てくるか否かにはお構いなく，数学的解決に不満をぶつけるのである。これが大森，小川，植村などの議論に頻出する過剰反応の正体である。「アキレスと亀」を最も冷静に分析した藤澤令夫ですら，アキレスが亀に追いつくという事実の承認は論点先取りであって，その事実の論理的可能証明が必要だ，と考えているようだ。しかしこのパラドックスを解決するために論理的可能証明を要求することは，被告人の無罪を証明するためには真犯人（つまり「論理的に不可能であることが事実上可能であること」の秘密を知っている真犯人）を挙げなければならない，と命ずるような要求である。

(18)　量子系はとびとびのエネルギー準位を持つ。2個の原子がエネルギーのやりとりをするとき，一方の原子が他方の原子に与えるエネルギーは分割不可能な最小単位を持つ。しかしエネルギーのやりとりにかかる時間は有限である。すると，あるエネルギー状態から1準位高い励起状態に移るその中間の時点においては，エネルギー状態はどうなっているのか。これが量子論の初期における問題であった。この量子ジャンプをエネルギー - 時間の不確定性関係で切り抜けると，問題は，不確定性関係を数学的に導出する際に用いられる数学的フォーマリズムに移行する。すると，観測における不連続な状態変化という量子ジャンプをいかに証明するかという（フォン・ノイマンに始まる）観測問題になる。観測における不連続な状態変化をも量子力学のアルゴリズムに組み込めば，こんどは同一の対象についてたがいに排他的な二つの歴史が可能になり，そのいずれもが正しいことになる（この解釈は「整合的歴史アプローチ」と呼ばれるが，その簡単な紹介として，藤田晋吾「相補性の論理的定式化」，『哲学・思想論集』第28号（2003），1-16頁)。不連続性を導入したことのツケはどこまでも付きまとうのである。

(19)　植村恒一郎『時間の本性』，勁草書房，2002。

(20)　本文を書き終わった後で，植村恒一郎「アキレスと亀のパラドックス・再論—大森荘蔵の洞察を生かして—」，『思想』923号（2001年4月），125-141頁を読んだ。著者が「大森荘蔵の洞察」と呼んでいるのは，本文第2節で私が「証明になっていない」と批判した「点運動の矛盾」証明である。大森は〈意味Sinn〉を落として「点Xの同一性」を規定したためにXは動きがとれなくなった。植村の場合は，逆に，〈意味〉は与えられるが，〈意味〉の「共約不可能性」に訴えることによって〈指示〉を落とすのである。「同一性」の規定はまったく逆向きであるが，両者とも「相異なる〈意味〉を持つ二つの点の同一性」を否定する結果になっている。

(21)　アリストテレスの解決法は「無限分割の可能的意味と現実的意味の区別」に依存しているが，この点についての植村の解釈は通常の解釈とはまったく異なる。通常の解釈については藤澤令夫の前掲論文「運動と実在—ゼノンの運動論駁をめぐって—」を参照されたい。また，植村が引用する「一つの点を二つの点として扱うこと」も乱暴なこじつけ解釈である。しかしここでアリストテレスの解釈に立ち入ることはしない。

(22)　植村は，無限級数の和は有限であることは「ラッセルに言われなくても，ゼノンは良く知っていたと思われる」と述べ，「二分割」を例にとって，「初めに与えられた有限の長さ」が無限

分割可能であっても，分割された部分の総和は初めに与えられた有限の長さ以上にはならないからだ，と言う（前掲書，52頁）。しかしこれだけではアキレスが亀に追いつくことが可能だということは出てこない。

(23) Guthrie, W. K. C., *A History of Greek Philosophy*, Vol.2, Cambridge University Press, 1964, p.91.