

限定合理性のゲームと経済行動

中山 幹夫

キーワード

限定合理性, ナッシュ均衡, 囚人のジレンマ, オートマトン, チューリング・マシン, 行動経済学, 実験ゲーム理論

1 はじめに

ゲーム理論やミクロ経済学に登場する経済主体は、伝統的に完全な合理性をもっていると仮定されている。価格が与えられれば、消費者は予算制約の中で最適な購入計画を実行し、生産者は技術の制約のもとで利潤が最大となる供給行動を実行する。また、相手の行動が直接に自分の利害に影響を及ぼすような社会的状況では、ゲームのプレイヤーとして互いに最適になっている行動を見つけてこれを実行することができる。こうして市場においては競争均衡が達成され、ゲームにおいてはナッシュ均衡が成立することになる。このように、完全な合理性をもつ主体とは、与えられた問題を瞬時に解く理想的な数学的能力を備えた行動主体である。

言うまでもなく現実の経済主体は完全な合理性をもつわけではなく、こ

のような行動は現実の市場では高々近似的であるに過ぎない。また、現実のゲーム的状况においてはナッシュ均衡が達成されるとは限らず、それは記述的行動であると言うよりはむしろ処方された行動であるとみるべきである。実際、現実社会に多くみられる「囚人のジレンマ」と呼ばれるゲーム的状况においても、それを授業で学んだ学生たちはゲームの構造が単純であるにもかかわらず、全員がナッシュ均衡となる行動を選ぶことはまれである。ナッシュ均衡の成立には、まさに洗練された合理的思考が必要なのである。

一般にゲームの構造が複雑になればなるほどこのような傾向が強くなるので、ゲーム理論では完全な合理的行動の理論展開と並行して、比較的早くから限定された合理性のもとでの行動にも注意が向けられてきた。たとえば1950年代のナッシュ自身による仮想プレイの結果としての均衡達成シナリオや、80年代から盛んに行われたオートマトンやチューリングマシンによる限定合理的プレイヤーのモデルなどがある。経済学においても、クールノーダイナミクスにおける企業の適応行動などは限定合理的な行動の古典的代表的例とみることができる。さらに最近では、現実の経済主体の行動を研究対象としてこれを理論的に解明しようとする行動経済学や実験ゲーム理論などの研究が盛んである。

本稿ではこのような経済学の新しい潮流に留意しながら、限定された合理性がゲームと経済行動に与える影響や効果について考える。とくに、ゲームの最適解を求める手続きとしての合理性の限界から始めて、囚人のジレンマをプレイするオートマトンとチューリングマシンによる限定合理的プレイや古典的実験について展望し、最近の行動経済学に合流して独裁者ゲームや公共財ゲームなどにおける利他的行動、さらには確率計算や推論の誤謬などに至る現実のプレイヤーに固有な傾向についても、文献に現れた論考だけでなく、授業で実施したいいくつかの簡略な実験結果を加えて検討してみたい。

2 合理性の限界

冒頭に述べたように、完全な合理性をもつ経済主体は数学的に定式化された問題の正解を瞬時に見いだすだけでなく、それが記述する行動を実行することができる。この実行可能という仮定は、経済理論ではほとんど問題視されることはなかった。つまり、理論上、最適解や均衡は存在すれば必ず到達できるはずであるとみなされてきたのである。しかしゲーム理論では、最適戦略が存在するにもかかわらずそれを実行することは原理的に不可能であるようなゲームの存在が早くから知られていた (Rabin [24])。このようなゲームに直面するプレイヤーは行動することができず、完全な合理性の仮定はここで効力を失ってしまうのである。

2. 1 決定不能な必勝戦略

ラビンのゲームはジョーンズ (Jones [8]) によれば、以下に述べるように驚くほど簡単である。

2人のプレイヤーA、Bのうち、最初にAがゼロ以上の自然数 x を勝手に選ぶ。次にBはそれを知ってやはりゼロ以上の自然数 y を選ぶ。もし、和 $x+y$ が自然数からなるある無限集合 S に属していればBが勝ち、そうでなければAが勝つ。

このゲームでは、後手のBは**必勝戦略**をもつ。言い換えると、どのような x に対しても $x+y \in S$ 、つまり、 $x+y$ が S のメンバーになるようなBの戦略 y が存在する。なぜならば、もしある x に対してはどのような y も $x+y \notin S$ だったとしたら、集合 S は x 以上の自然数を含むことはできず、

S が無限集合であることに矛盾するからである。

この必勝戦略を実行することは何の困難もないように見える。たとえば S を偶数の集合だとしてみよう。任意に与えられた x に対して $x+y$ を偶数にする y を探すことは小学生でもできる。 S を素数の集合としてややむずかしくしても同様である。 $x+y$ が素数であるかどうかは確実に判定可能だからである。

しかし、後手 B が必勝戦略 y を選び出すことが不可能になってしまう集合 S が存在する。単純集合と呼ばれる集合である。いま、ゼロ以上の自然数の集合を N とすると、部分集合 $R \subseteq N$ が**単純集合 (simple set)** であることは次のように定義される。

- ・ R は帰納的可算集合
- ・ R の補集合 $R^c := N \setminus R$ は無限集合で、帰納的可算な無限集合を部分集合として含まない

ここに R が**帰納的可算 (recursively enumerable)** であるとは、 R のメンバーを残らず列挙していくことができることを意味する。⁽¹⁾

偶数の集合 S や素数の集合 S は、 S も補集合 S^c も帰納的可算なので、 S のメンバーであるか否かは有限のステップで確定できる。しかし集合が帰納的可算でなければ、どの自然数についてもそれがメンバーであるか否かは有限のステップで確定することはできない。それゆえ、 $S = R^c$ とすれば、 B は必勝戦略が存在するにもかかわらずそれを選び出すことはできないのである。

2. 2 ランダム性

単純集合はポスト (Post [22]) によって初めて数学的に構成された集

(1) このような計算論の用語の厳密な定義については Cutland [4] など参照。

合であるが、コルモゴロフ (Kolmogorov [10]) によれば、ランダム数を用いて次のように述べることができる。

ランダムでないすべての自然数の集合は単純集合である。

たとえば1と0が交互に規則正しく並んでいる1億ケタの2進列を情報として伝達するには、それを出力するプログラムを書けばよい。このような最小のプログラムは1億桁よりはるかに短い2進列として表すことができるだろう。つまり、この情報は圧縮することができる。しかし、1個の均質なコインを1億回繰り返して投げた結果である1（表）と0（裏）の1億桁の2進列を伝達するには、これをそのまま記録するしかない。その情報は圧縮できないのである。このような2進列はランダムであると言われる。自然数は2進列と1対1対応させることができるので、Bの必勝戦略の実行不可能性は、「 $x+y$ がランダム数であるかどうかは決定不能である」と言い換えることができる。

こうして、完全な合理性をもつ経済主体という仮定はつねに成立するものではなく、明確な限界を伴っていることがわかる。このような限界は様々な形をとることも明らかにされている。たとえば、プラサッド (Prasad [23]) は、ナッシュ均衡の個数が自然数のパラメータ m の任意の値に対し、有限個か無限個かのいずれかであるがどちらであるかはコイン投げの結果と同じく確定できないようなゲーム G_m を構成している。これは、2進展開の小数点以下第 m 桁までの列がすべての m について上で述べたランダム数になっているという、チャイティン (Chaitin [3]) による停止確率 Ω を用いて得られる結果であり、合理的主体は正解をかならず知ることができるという仮定の反例となっている。また、経済学においても、リクターとワン (Richter and Wong [25]) による競争均衡の計算不可能性を主張する研究は、1950年代に厳密に存在が証明されている競

争均衡も有効な近似として得ることはできないこと、すなわち、事実上は到達不可能であることを示している。

以上のような計算論にもとづく不可能性は原理的な不可能性であって、適当に修正すれば覆すことができるというものではない。この意味で、理論上の経済主体の合理性には超えることのできない限界があるということができる。⁽²⁾

3 限定合理的プレイヤー

合理性の限界内での行動を考察するための方法としては有限オートマトンによるものが代表的である（たとえば Kalai [9] など）。本節では、まずオートマトンによるモデルをとりあげて、限定された合理的行動がもたらす効果について考察する。さらに、より高度な能力の一つである、相手を認識するという行動もチューリングマシンのモデルによれば実現できること、また、この能力をもつプレイヤーの存在は、自己犠牲的な利他的行動をするプレイヤーの存在を必然的に意味することもみてみよう。

3. 1 有限オートマトン

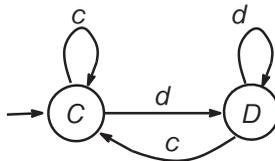
3. 1. 1 オウム返しとトリガーオートマトン

ムーアマシンと呼ばれる有限オートマトンは、心の状態を表す有限個の内部状態と1つの初期状態、各状態でとりうる1つの行動、および、相手の行動を知って現在の状態から他の状態へ推移するためのルールからなる自動機械である。行動と推移ルールを適当に設定することにより、一定の

(2) 計算論による戦略の実行可能性について論じたものとしては、たとえば中山 [12] などがある。

手順を踏んであらかじめプログラムされた行動を実行させることができる。内部状態の個数、すなわちオートマトンのサイズは、行動の多様性を表す尺度であり、サイズが大きければ大きいほど合理性の度合いは大きいとみなすことができる。

サイズを2に限定されたオートマトンを考えよう。たとえば、2人の人間関係において、協力には協力し、敵対には敵対するというオウム返し⁽³⁾ (Tit For Tat, TFT) と呼ばれる行動様式は、協力行動をとる状態 C と敵対行動をとる状態 D の2個の内部状態 (C, D) をもつオートマトンとして次のように描くことができる。



Tit For Tat

すなわち、初期状態 C で協力から始め、相手も協力する (c) ならば自分も協力を続けるが、相手が敵対する (d) ならば状態 D に推移して敵対行動をとる。状態 D では敵対行動をとり、相手も敵対する (d) 限り自分も敵対するが、相手が協力 (c) すれば状態 C に推移して自分も協力するという行動が、それを実行する手順とともに記述されていることがわかる。

オウム返しの対極に位置する行動様式として、協力から始めて相手が協力するなら協力するが、敵対されれば敵対してそれ以後は決して協力しないというトリガー戦略 (trigger strategy) がある。これを記述するオートマトンは、上の TFT において、状態 D から状態 C への推移を表す左向

(3) TFT は「しっぺ返し」と訳されることが多いが、「相手の協力に対して自分も協力する」ことをしっぺ返しとは言わないだろう。

きの矢印を削除し、状態 D で相手が c をとつても C へ戻れないようにしたものである。機嫌を損ねたら最後、永久に心を閉ざしてしまうオートマトンである。

3. 1. 2 繰り返し囚人のジレンマ

オウム返しもトリガー戦略も有名な「囚人のジレンマ」の繰り返しゲームにおいて、協力行動がどのように成立しうるかについて分析するために用いられてきた戦略である。

	c	d
c	3, 3	0, 4
d	4, 0	1, 1

囚人のジレンマ

2人の合理的プレイヤーがこのゲームを1回だけプレイするならば、結果はナッシュ均衡 (d, d) となることは言うまでもない。有限回、たとえば100回の繰り返しでは逆向き推論法 (backwards induction) により、毎回 (d, d) を繰り返すことが唯一のナッシュ均衡である。ではTFTやトリガーオートマトンが合理的プレイヤーを相手としてプレイする場合はどうだろうか。2人とも初回から99回目までは協力を続けるが、最終回になって合理的プレイヤーは裏切るだろう。相手の裏切りに対してプログラムされたオートマトンの報復は無効となってしまうからである。

しかし、無限に繰り返される場合は異なる行動が観察できる。まず、繰り返しに最終回は存在しないから合理的プレイヤーは最後に裏切ることはできない。トリガーオートマトンは協力から始めるので、合理的プレイヤーは協力し続けるしかないのである。途中で裏切ったとしたら、トリガーオートマトンは次回に状態 D に推移し報復として永久懲罰の引き金を引くことになる。その結果、裏切った合理的プレイヤーは以後 d を選

ぶ以外なすすべもなく永久に毎回利得 1 に甘んじなければならない。裏切らなかつた場合には永久に毎回利得 3 を確保できたにもかかわらず、である。こうして、無限回の繰り返しにおいては、合理的プレイヤーといえどもサイズ 2 の限定合理的プレイヤーと同じ行動をとることが最適となるのである。⁽⁴⁾

3. 1. 3 繰り返し回数を数えるオートマトン

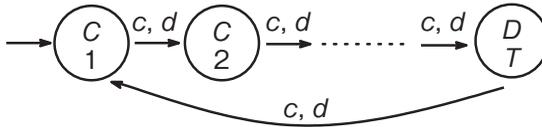
合理的プレイヤーは有限回の繰り返しでは最後に裏切ることができるが、無限回の繰り返しには最終回は存在しない。これが合理的プレイヤーに協力的行動をとらせることになった原因である。では、有限回の繰り返しでも回数を数える能力が限定されて最終回がわからなければ同じことが言えるのではないか。これを実際に示したのがネイマン (Neyman [17]) の論文である。

回数を数えるオートマトンは、相手の行動が何であろうと、それを感知するごとに新しい状態に推移することで何回目になったかを認識する。ここでは、 T 回目まで数えることができるオートマトンを考えよう。次図のオートマトンは T 回繰り返し囚人のジレンマに対して、協力から始めて最終回に d をとって裏切る行動手順を記述している。

このオートマトンは、合理的プレイヤーと同様、TFT やトリガーオートマトンを出し抜くことができる。繰り返しの最終回に裏切ることができるからである。しかし、合理的プレイヤーと異なり、繰り返し回数が T より大きいゲームでは最終回を認識できずに d をとることになってしまうので、トリガーオートマトンには報復され、しかも相手に最大の利得 4 を獲得する機会を与えてしまう。つまり、このゲームでは最終回に裏切る

(4) トリガーオートマトンを TFT に置き換えても多少の計算を経て同じことが言える。

プレイヤーは存在せず，TFT やトリガーオートマトンの組は毎回協力行動とるナッシュ均衡を構成する．



回数を数えるオートマトン

こうして，次のように述べることができる．

上の囚人のジレンマを T 回繰り返すゲームにおいて， $T \geq 3$ とするとき，サイズを 2 以上 $T-1$ 以下に限定すれば，各回に協力行動 c を互いにとるナッシュ均衡オートマトンの組が存在する⁽⁵⁾．

$T=2$ のゲームではサイズが 1 のオートマトンだけを許すことになるが，この場合はつねに敵対行動 d をとるオートマトンの組以外にナッシュ均衡は存在しないことに注意しておこう．

この結果は，無限回繰り返すゲームと同様，有限回繰り返す囚人のジレンマにおいてもプレイヤーたちが有限性を認識できない（認識しない）ならば協力関係が成立することを意味している．かつての日本の経営の特徴であった「系列取引」は，このような有限性を認識しない長期的関係で成立する協力行動であったと言えるだろう．

(5) この結果は，次項で述べる進化的安定戦略を定義するために必要な，囚人のジレンマをプレイするオートマトンの集団が前提となっている．アクセルロッド (Axelrod [1]) の有名な実験は，このような集団では TFT の組がナッシュ均衡となる可能性を示している．

3. 2 自己認識チューリングマシン

3. 2. 1 自己認識と進化的安定性

囚人のジレンマの戦略 c , d を, ここでは各々協力プレイヤーと敵対プレイヤーとみなしてこれら2種類のプレイヤーからなる集団を想定しよう. この集団に次のような能力をもったプレイヤー s が侵入してきたとする.

会った相手が自分と同じならば協力し, 異なるならば敵対する

このプレイヤー s を自己認識プレイヤー (self-recognition player) という. 「同じである」ことを確かめる手順については後に述べることにする. 自己認識プレイヤー s は, 下の利得表に示すように, 自分と同じプレイヤー s と出会ったときは協力して利得3を得るが, プレイヤー c と出会ったならば敵対して利得4, プレイヤー d ならば利得1を得る. この集団では, 組 (d, d) と (s, s) がナッシュ均衡となる.

ナッシュ均衡 (d, d) においては, d は利得1を獲得する. しかし d と対峙する s も同じ値1を獲得する. しかも s に対しては d よりも s 自身の方が大きい利得3を獲得する. このような状況では, s は d より優位な地位を占めることになり, 侵入は加速するだろう. つまり, d はこの集団の中で侵入者 s に駆逐されてしまうのである. このような s は, 進化的に安定 (evolutionarily stable) であると言われる (c が d や s に駆逐されることは言うまでもない).

	c	d	s
c	3, 3	0, 4	0, 4
d	4, 0	1, 1	1, 1
s	4, 0	1, 1	3, 3

自己認識プレイヤー s

一般に、戦略 x が進化的に安定であるとは

1. x は x に対する最適反応
2. y も x に対する最適反応ならば、 y に対しては y よりも x の方がよい反応

が成り立つことをいう。条件1は (x, x) がナッシュ均衡であること、条件2は x のライバル y は x に駆逐されることを述べている。 (s, s) はナッシュ均衡であり、 s にライバルは存在しない。こうして、自己認識プレイヤー s は囚人のジレンマにおいて互恵的協力関係を成立させるだけでなく、この協力関係は集団の中で優勢な行動として安定する。

3. 2. 2 自己認識プログラム

自己認識プレイヤーを発案したのはハワード (Howard [7]) である。彼は自分自身を認識するという手続きを実行するコンピュータプログラムを書き、さらにこれを通常言語に意識して以下のように記述している。

入力されたデータの最初の部分が以下のカッコの中の文章であり、残りの部分がカッコでくくられた最初の部分のコピーであることを確かめよ。もしそうなら行動 c をとれ、そうでないなら行動 d をとれ。「入力されたデータの最初の部分が以下のカッコの中の文章であり、残りの部分がカッコでくくられた最初の部分のコピーであることを確かめよ。もしそうなら行動 c をとれ、そうでないなら行動 d をとれ。」

入力されたデータがこれと同じ文ならば行動は c 、異なるならば d となることは容易に確認できるだろう。自分自身を認識する自分とは何か、ということがよくわかる文であるが、チューリングマシンを用いれば、以下

のように簡潔に表現することもできる。

$\{s\}$ が自己認識プログラムであるとは、

$$\{s\}(y) \downarrow \begin{cases} c & \text{if } y = s \\ d & \text{if } y \neq s \end{cases}$$

が成立することである。

ここに $\{s\}(s) \downarrow c$ は、「ゲーデル数 s のプログラム $\{s\}$ は、自分自身のゲーデル数 s を入力されたらゲーデル数 c を出力して停止する」ことを意味している。この自己言及的行動を実行するプログラム $\{s\}$ の存在は、計算論の第2帰納定理によって保証される。

相手を認識することは、合理的プレイヤーならば問題にもならないだろうが、チューリングマシンやコンピュータプログラムは、手順を踏んで有限のステップで結果に到達しなければならない。このような手順や手続きの合理性こそが限定合理的プレイヤーの合理性の本質である。

3. 2. 3 利他的自己犠牲チューリングマシン

プレイヤーがコンピュータプログラムであるならば、相手が自分と「同じ」プレイヤーであるとは、そのプログラム自体がそのまま同一であることを意味する。同じ出力も無数のプログラムで実現できるので、プログラムと1対1対応しているゲーデル数の一致が、プログラムの同一性を保証するのである。すると、ゲーデル数 s の自己認識プレイヤーは、自分と同じ行動を出力する相手プログラム $\{t\}$ も $t \neq s$ である限り、自分と同一であると認識することはできない。

いま、このプログラム $\{t\}$ にゲーデル数 z を入力してみよう。プレイヤー t は s と同じ行動をするので、

$$\{t\}(z) = \{s\}(z) \downarrow \begin{cases} c & \text{if } z = s \\ d & \text{if } z \neq s \end{cases}$$

である。すなわち、プレイヤー t は相手が s ならば協力し、そうでないならば敵対する。とくに相手が自分自身 ($z=t$) であっても $t \neq s$ であるから敵対する。しかし s は t と協力しない。プレイヤー t の協力は互恵的ではないのである。こうして、プレイヤー t は相手が s であるときに限って、自分を犠牲にして s に利他的行動をしていることになる。自分自身と同じ相手にさえ協力せず、自分と異なる特定のプレイヤー s に対してだけ協力するというこの変種を利他的自己犠牲プレイヤー (altruistic self-sacrificing player) と呼ぶことができるだろう。注目すべきことに、このプレイヤーは自己認識プレイヤーに必然的に付随して存在するのである。⁽⁶⁾ 言い換えると、この利他的自己犠牲とは自己認識というコンピュータプログラムとしての限定合理性に起因する属性である。

	c	d	s	t
c	3, 3	0, 4	0, 4	0, 4
d	4, 0	1, 1	1, 1	1, 1
s	4, 0	1, 1	3, 3	4, 0
t	4, 0	1, 1	0, 4	1, 1

利他的自己犠牲プレイヤー t

では、利他的自己犠牲という属性は集団の中で優勢になれるだろうか。答えは利得表が示すように否である。自己認識プレイヤー s は進化的に安定であるが、利他的自己犠牲プレイヤー t は s に駆逐される運命にある。これは、現実社会ではこのような自己犠牲的な利他的行動はむしろまれであることと符合する事実であると言えるだろう。

(6) 詳細は、Nakayama [11]。なお、この論文 [11] では自己認識をより対象が広い血縁認識に拡張して論じている。

4 現実のプレイヤー

現実の経済主体が完全な合理性をもっているわけでないことは、わざわざ確かめるまでもないが、ゲーム理論の研究においては、合理性がどのように限定される傾向にあるかについて早くから興味・関心が向けられていた。本節ではその代表ともいえるドレッシャーとフラッドの古典的実験とこれに対するナッシュ、すなわち非協力ゲームの創始者⁽⁷⁾によるコメントから始め、多様な限定合理性を実験的に研究している行動経済学からのいくつかのトピックスについて、授業で実施した実験結果とともに検討を試みる。

4. 1 ドレッシャーとフラッドの実験

4. 1. 1 囚人のジレンマと公平性

1950年代初頭、ドレッシャーとフラッドは誕生して間もないナッシュの非協力ゲームの解である、今日言うところのナッシュ均衡を現実のプレイヤーたちが選択するかどうかをテストする実験を行った (Flood [5]). 実験のために考案されたのは、次のゲームである。

	<i>d</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	-1, 2	0.5, 1
<i>d</i>	0, 0.5	1, -1

ドレッシャーとフラッドのゲーム

これは後にタッカーの紹介によって有名になった「囚人のジレンマ」の原型であり、(*d, d*) がナッシュ均衡である。2人のプレイヤーの利得が

(7) 2015年5月、ナッシュ夫妻は乗っていたタクシーの交通事故で不慮の死を遂げた。
John Forbes Nash 享年86歳。

対称でないのは、均衡とは等しいことという先入観による選択を防ぐためである。実際、筆者の経験でも前項で扱った対称な利得表では、ナッシュ均衡の定義を教えた後2人の利得が等しい (c, c) をナッシュ均衡と答える学生がつねに少なからず存在する。これは行動経済学でいう「代表性」の一例と言えるかもしれない。

さて、実験は固定された1組のプレイヤーが利得表を共有知識として確認したうえで、100回の繰り返しゲームとして行われた。つまり、前回までの選択結果を互いに知ることができるプレイである。結果は、プレイヤー1（行選択者）の平均利得が0.4、プレイヤー2（列選択者）が0.65であった。合理的プレイヤーならば、逆向き推論法によって毎回 d をとるので、プレイヤー1の平均利得は0、プレイヤー2は0.5となるはずである。ドレッシャーとフラッドは、この結果から、現実のプレイヤーはナッシュの理論ではなく、むしろ格差を分割する（split the difference）という協力的行動をとる傾向にあるのではないかと推測し、この結果をナッシュに伝えている。

4. 1. 2 ナッシュの限定合理性解釈

ナッシュの返答は、理論の創始者としての叡智に富む興味深いものである。⁽⁸⁾ まず、実験は1回限りのゲームでの理論のテストではなく、相手の選択を知って敵対したり協力したりすることができるダイナミックなゲームにおけるテストであって、目的を実現してはいないと正しく批判したうえで、今日、トリガー戦略として知られる前項で述べた限定合理的行動が平均利得 $(0.4, 0.65)$ のよい近似を与えると述べている。トリガー戦略をとったという報告はないが、4通りの選択の組はどれもある頻度で繰り返

(8) 詳細は Roth [28] 参照。

返されたことがわかる。また、100回で終わるという有限性の認識が薄く、逆向き推論法の適用を思いつかないという限定合理性にも言及している。さらに、プレイヤーを固定せず、自由なマッチングのもとで過去の選択履歴を知ることなくプレイさせてみるという、後になって現れた戦略集団での進化的安定性の研究を予言するかのような実験の提案も行っている。

これ以前にもナッシュは、非協力ゲームの誕生を告げる論文で、ゲームのプレイヤーについて次のように述べている。⁽⁹⁾

... It is unnecessary to assume that the participants have full knowledge of the total structure of the game, or the ability and inclination to go through any complex reasoning processes. But, the participants are supposed to accumulate empirical information on the relative advantages of the various pure strategies at their disposal. ...

つまり、相手がどの純粹戦略をどのような頻度でとってきたかだけがわかれば、それに最適反応することにより均衡プレイに到達できるという**仮想プレイ (fictitious play)** について述べているのである。

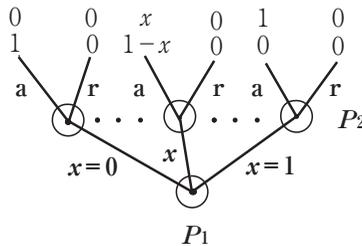
このように、非協力ゲーム理論の創始者は、最初からプレイヤーの限定合理性を念頭においていたことがわかる。ただ、ドレッシャーとフラッドが推測するプレイヤーの協力行動をもトリガー戦略で説明しようとするの

(9) この記述は、非協力ゲームの誕生を告げる数学年報の論文 Nash [14] からは、(おそらく定理として述べられていないというレフェリーの指摘で) 削除されているが、Ken Binmore の編集になる文献 [13] に納められている同名の原論文には、Binmore によるナッシュの博士論文からの再録がある。奇しくも、同じ数学年報 54 には、ロビンソンによる同じアイデア (仮想プレイ) にもとづくゼロ和ゲームの均衡計算法を論じた論文が掲載されている (Robinson [26])。

は、ナッシュ自身が提唱した、協力行動も適当な非協力ゲームの均衡として説明すべきであるという方法論、いわゆるナッシュプログラムにもとづくものであろう (Nash [15])。この方法論は経済学者に広く受け入れられ、1980年代以降、経済のゲーム分析はほとんどナッシュ均衡一色となったが、限定合理性に対する興味・関心もまた実験ゲーム理論や行動経済学という研究分野を発展させることになったのである。

4. 2 最後通牒ゲーム

ゲーム理論や行動経済学の専門書だけでなく最近の一般向け入門書でもとりあげられているゲームの一つが最後通牒ゲーム (ultimatum game) である。これは、合理的なナッシュ均衡であるとされるサブゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium) が現実のプレイヤーたちには選択されないことで有名になったゲームで、下図はこれをゲームの木 (game tree) で表現したものである。⁽¹⁰⁾



最後通牒ゲーム

実験ゲームとしては、まずプレイヤー P_1 は実験者から 1 万円を受け取

(10) 行動経済学研究者による解説については、大垣・田中 [20] 参照。なお、ローゼンタールのムカデ・ゲーム [27] もサブゲーム完全均衡が経験と調和しない結果を導くゲームとして有名である。

り、そのうち x 万円をプレイヤー P_2 に提供する。ただし、 x は 0 以上 1 以下、すなわち、オファーは 0 以上 1 万円以下の任意の額でよい。プレイヤー P_2 が x で合意 (a) すればその分割で終わるが、これを拒否 (r) すれば 2 人とも何も得られない。これらの行動はすべて互いの匿名性を確保したうえで実行される。

4. 2. 1 公平分配への誘導

最初に x が連続な実数であるとしよう。2 人のプレイヤーが合理的ならば、 P_2 は P_1 が提示するオファーは 0 以上なので x がいくらであっても合意 (a) し、 P_1 は $x=0$ を選ぶ、という行動が逆向き推論法で決まるナッシュ均衡、つまりサブゲーム完全均衡である。合理的プレイヤー P_1 はこうして 1 万円を独り占めするのである。しかし、より現実的に金額 x が自然数、たとえば 1000 円刻みであるならば、 P_2 は

- ・ $x=0$ ならば拒否 (r) する、
- ・ x が 1000 円以上ならば合意 (a) する。

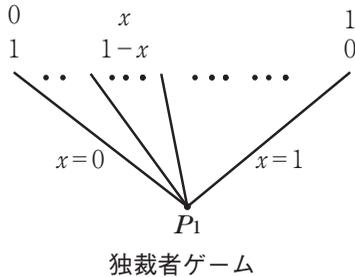
これに対しプレイヤー P_1 は 1000 円をオファーする、という行動の組がサブゲーム完全均衡となる。 P_2 は $x=0$ ならば拒否するぞと脅しをかけ、プレイヤー P_1 はこの脅しによって最低額 1000 円をオファーすることになる。

1000 円刻みのケースの行動は、連続な実数の場合よりも経験的には納得しやすいようにみえるが、1 円刻みならサブゲーム完全均衡はオファーが 1 円、合意は 1 円以上となって連続なケースとあまり変わらず、納得できる均衡とは言えないだろう。実際、多くの実験結果はこのような均衡を支持せず、被験者のプレイヤー P_2 はオファーがおおむね 40% 以上でないと拒否する傾向にあることが報告されている⁽¹¹⁾。

(11) 岡田 [19] にはより詳細な解説がある。

4. 2. 2 独裁者ゲーム

次の独裁者ゲームと呼ばれる単純な1人ゲームを考えてみよう。ここでは、1万円を与えられたプレイヤー P_1 は0以上1万円以下の任意の額をプレイヤー P_2 にオファーしてゲームは終わる。プレイヤー P_2 は受け取るだけで拒否するオプションは存在しない。



言うまでもなく、合理的プレイヤーの最適解は $x=0$ として1万円を独占することであるが、これも実験的には支持されていない。たとえば、比較行動学者の小田亮は著書 [18] の中で、 x を100円刻みで700円以下として実験したところ、700円を独り占めしたのは31人中2人で、多くは300円をオファーするという結果だったと述べており、さらに慣習や文化の異なる世界の15集団ではおおむね25%から45%を相手にオファーする傾向にあるというヘンリックらの実験結果に言及している。

これらの実験結果は、現実のプレイヤーは利他性ないし公平性を意識して行動することを示唆していると言える。もちろん、この実験で託される1万円が、もし、 P_1 が自身の努力によって得た金額であり、 P_2 もそれを知っていたとしたら同じ結果になるかどうかは疑問である。しかし、現実には災害などに対するボランティア活動や募金活動が必ずみられることから、現実のプレイヤーは市場メカニズムのもとでの行動には現れない利他性や社会性を多少とも生得的に備えているのではないだろうか。

4. 3 公共財ゲーム

市場メカニズムが機能しない資源配分の例として公共財の供給がある。公共財は、「対価を支払って取得し、占有できる」という性質を欠いているので市場での取引はできない。たとえば、NHKの地上波放送は、ケーブルTVと異なり対価（受信料）を支払わなくても受信機さえあれば全国ほとんどのいたるところで同時に受信可能という意味で公共財とみなすことができる。合理的経済主体はこのような財やサービスに対しては対価を支払わずに便益だけを受容しようとする。これが**公共財のフリーライダー問題**である。しかし、このような行動は実験的には支持されないようである。⁽¹²⁾

4人の被験者が各々1000円を与えられ、公共財への支出をこの範囲内で自由に選ぶことができる。集まった支出額は合計され、2倍に増額されて公共財からの便益として各人に均等に再分配される。各人はこの額と手もとに残った額の合計を利得として、これを最大化するように支出額を選ぶことが目的である。支出と利得の関係は以下のように記述できる。

$$\begin{aligned} & \cdot N = \{1, 2, 3, 4\} \\ & \cdot 0 \leq x_i \leq 1000, i = 1, 2, 3, 4 \\ & \cdot u_i(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1000 - x_i + \frac{1}{4} (2 \sum_{j \in N} x_j) \\ & \quad = 1000 + \frac{1}{4} (2 \sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_j) - \frac{1}{2} x_i \end{aligned}$$

最後の式から、各プレイヤー*i*は $x_i^* = 0$ と選んでおけば他のすべてのプレイヤーの支出額が何であっても利得 u_i は最大となっていることがわかる。このような戦略の組 (x_1^*, \dots, x_4^*) は、**支配戦略 (dominant strategy) 均衡**と呼ばれる強力なナッシュ均衡である。こうして全員がフリーライダーを目指すので公共財は供給されず、各プレイヤーの利得は1000円のままとな

(12) 次のモデルは小田 [18] による。

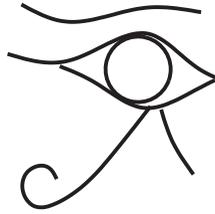
る。これが合理的プレイヤーの最適行動である。仮に各プレイヤーが400円を支出したとしたら、各プレイヤーの利得はより大きく1400円となるにもかかわらず、である。

しかし最後通牒ゲームと同じく、実験結果はこの最適行動を支持しない。小田 [18] は、プレイヤーたちが最初に与えられた金額のほぼ40%を支出するというバーナムとヘアの実験結果を紹介している。さらに、フリーライドが最適行動であることは変わらないが、コストを支払えば他のプレイヤーの利得を減らすことができるオプションを組み込んだ実験では、フリーライドではなく実際にコストを払ってまで貢献の小さいプレイヤーを罰するという行動が観察されている。

ドレッシャーとフラッドが囚人のジレンマの実験で1950年代初頭に指摘した現実のプレイヤーの協力行動は、今日では以上のように多くの異なった実験で再現されていると言える。

4. 4 ホルス目と利他的行動

現実のプレイヤーの協力行動に関して、小田 [18] は興味深い実験結果も紹介している。プレイヤーたちに目立ちやすいところに、ホルスの目と呼ばれる、シンボル化された古代エジプトの神の目をスクリーンや絵に描いて置いておくと協力行動が増幅されるというのである。まず独裁者ゲームでは、10ドルの分配について、ホルスの目がないと平均2.45ドルであるが、目があると平均3.79ドルになるというヘイリーとヘスラーの実験結果がある。



ホルスの目

また、上に述べたバーナムとヘアの公共財ゲームでは、ホルスの目ではなくロボットの大きな目の写真をコンピュータスクリーン上に映し出すことができるようにすると、目が映っていない場合の公共財への貢献は平均41.7%であるが、目が映っていると53.9%の金額を初期手持ち額から支出するという結果が得られている。

さらに、大学などで誰もいないところに置かれているドリンクサーバーへの自発的支払額では、花の絵より目の絵の方が2.76倍の額になったというベイトソンの実験もある。

これらの現象は、確かに、目を意識することによるものと言えるが、では、なぜ目を意識するのだろうか。小田 [18] によれば、比較行動学ではそれには評判が関係していると考えられている。現実の他人同士の間での互惠性である間接互惠性の社会的定着には、評判が重要なファクターであり、ノヴァクとシグムントの研究結果によれば、評判の高い相手に対してのみ協力する、という条件で集団内で進化が進むと協力的な個体ばかりになるとのことである。

4. 5 確率と期待効用

本稿で「利得」と呼んでいる数値は、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによる大著 [16] において、期待効用を基礎づけるために公理的方法によってつくられた基数的効用である。これはゲーム理論のみならず、

今日では不確実性や情報を扱う経済理論で不可欠な効用概念であることは言うまでもないが、現実のプレイヤーはこの期待効用理論に従って行動するとは限らないことを示すいくつかの実験結果が知られている。以下では、その代表的な例として知られるエルスバークやアレのパラドックスについて、授業で行った実験結果も参照しながら検討する。確率の計算が前提となるので、まず、現実のプレイヤーが誤りやすい確率的思考から始めよう。

4. 5. 1 リンダ問題

ある事項や事象をその特徴だけをとらえて認知してしまうことを、行動経済学では**代表性**と呼んでいる。日常的にはむしろありふれた行動であると言えるが、これが誤った結論に導くこともしばしばである。これを如実に示すのが次の**リンダ問題**である。

リンダさんは次のような性格や経歴をもつアメリカ人です。

- ・ 社交的かつ明朗な性格
- ・ 学生時代には哲学を専攻
- ・ 差別や社会正義に関心がある
- ・ 反核運動に参加したことがある

彼女の職業について、以下の $a \sim h$ を、ありうると思われる順に並べてください。

a : 小学校教師, b : 書店の店員, c : フェミニズム活動家, d : 精神病院に勤務, e : 女性有権者の会会員, f : 銀行の窓口係, g : 保険外交員, h : 銀行の窓口係でフェミニズム活動家

リンダさんの特徴から、彼女はフェミニズム運動や女性有権者の会などの社会的活動に関心のある人物だと推測できる（代表性）。したがって、彼女の職業の可能性としては、 c , e , h などであろう。しかし、どのような順序に並べたとしても、 h は c , f のいずれよりも後でなければならない。

h である確率 $P(h)$ とは c かつ f の確率 $P(c \wedge f)$ であり、確率の基本性質から

$$P(c) \geq P(c \wedge f), P(f) \geq P(c \wedge f)$$

だからである。

しかし、カーネマンとツベルスキーは、実験結果からすると h を c や f より前に順序付ける傾向にあると述べている⁽¹³⁾。筆者が実験した結果では、1年ゼミと3年ゼミの学生29人中、正しく h を c と f の後ろに順序付けた回答は2人のみであった。実に27人が h を c または f より可能性が高いと判断したのである。確率のテストだと言って実施すれば、学生も問題の正解を探すことに集中し、この割合はもっと小さくなったかもしれない。いずれにせよ、現実のプレイヤーにおいては、代表性というアナログ感覚は確率の法則というデジタル思考を凌駕するということだろうか。

4. 5. 2 エルスバーグの壺

次の確率計算をとまなう選択問題は、エルスバーグのパラドックスとして知られている。

壺の中に90個のボールが入っている。そのうち30個は青であり、残り60個は赤または黄色である。あなたがボール1個取り出すとして、

A: 青なら100円もらえる

B: 赤なら100円もらえる

とき、AとBではどちらを選びますか。

また、

C: 青か黄色なら100円もらえる

D: 赤か黄色なら100円もらえる

(13) 詳細はたとえば大垣・田中 [20] など

とき、 C と D ではどちらを選びますか。

合理的プレイヤーならば、 $A > B$ だとすると $C > D$ 、つまり A を選ぶならば C を選ぶはずである ($A \wedge C$)。それは、 $D \geq C$ だとすると

$$\begin{aligned} A > B &\implies p(\text{青}) = \frac{1}{3} > p(\text{赤}) \\ D \geq C &\implies p(\text{赤}) + p(\text{黄}) = \frac{2}{3} \geq p(\text{青}) + p(\text{黄}) \\ &= \frac{1}{3} + p(\text{黄}) \implies p(\text{赤}) \geq \frac{1}{3} \end{aligned}$$

のように矛盾するからである。

2014年度の授業でこの問題を実行した結果は以下のとおりである。

	C	D	
A	$\frac{14}{57} = 25\%$	$\frac{29}{57} = 51\%$: $\frac{43}{57} = 75\%$
B	$\frac{3}{57} = 5\%$	$\frac{11}{57} = 19\%$: $\frac{14}{57} = 25\%$
	$\frac{17}{57} = 30\%$	$\frac{40}{57} = 70\%$	
	C	D	
A	$\frac{8}{24} = 33\%$	$\frac{13}{24} = 54\%$: $\frac{21}{24} = 87\%$ (91%)
B	$\frac{0}{24} = 0\%$	$\frac{3}{24} = 13\%$: $\frac{3}{24} = 13\%$ (9%)
	$\frac{8}{24} = 33\%$ (6%)	$\frac{16}{24} = 67\%$ (94%)	

上の表は情報経済論 I の授業での結果であり、下の表は慶應義塾大学の授業での結果と () 内に示した大阪大学での結果である。⁽¹⁴⁾ 3 大学はどれも A と D の選択が多い。とくに大阪大学の A と D は各々 91%、94% と突出している。結合分布をみると、個人の合理的選択である $A \wedge C$ に

(14) 大阪大学の結果は、筒井・山根 [30] による。

については慶大が33%，流経大が25%である。大阪大では結合分布は報告されていないが、 C が6%であるから $A \wedge C$ の選択者は6%以下であることがわかる。 $B \wedge D$ も合理性と矛盾しない選択であるが、これも9%以下なので、大阪大学の結果はこの3大学間では特異であり、関西人は非合理的な傾向が強いとでも言いたくなるような結果である。現実のプレイヤーがこのように確率の確定しない B 、 C ではなく確率が決まっている A 、 D を選ぶのは、行動経済学では「不確実性」を避けるという人間の生得的な傾向によるものと解釈しているようである⁽¹⁵⁾。

4. 5. 3 期待効用とアレのパラドックス

確率 p で x 円獲得し、残りの確率 $1-p$ で y 円獲得するという「くじ」 L が与える期待金額は $p \times x$ 円 $+(1-p) \times y$ 円であるが、金額 z に対するNM効用を $u(z)$ とするとき、くじ L の効用は、期待効用

$$u(L) = pu(x) + (1-p)u(y)$$

で与えられる。今日の経済学では、合理的経済主体はこのようなりスク（くじ L ）を期待効用で評価すると仮定されている。

授業やゼミで期待効用を教えると不思議な反応を経験する。金額の期待値である期待金額はほぼ間違いなく理解されるが、期待効用となると理解していない解答が多い。金額 x を効用 $u(x)$ に置き換えるだけのことであるにもかかわらず、である。たとえば、 $u(x) = \sqrt{x}$ とすると、上のくじ L の期待効用を

$$\sqrt{px + (1-p)y}$$

(15) 筒井・山根 [30]

などと答えてしまう。これはおそらく「効用」という日常でも使われる用語が論理的思考を妨げるからだと思われる。

アレのパラドックスは、以下に述べるように、現実のプレイヤーは期待効用理論では説明できない行動をとることを示すものである。⁽¹⁶⁾

(1) あなたは A , B のうちどちらを選びますか

A : 確率1.00で10億円

B : 確率0.01で0円, 確率0.10で50億円,
確率0.89で10億円

(2) あなたは C , D のうちどちらを選びますか

C : 確率0.11で10億円, 確率0.89で0円

D : 確率0.10で50億円, 確率0.90で0円

多くの被験者は(1)では A , (2)では D を選ぶ傾向にあるとされているが、この選択は次のように期待効用理論に矛盾する。

$$(1) \quad A > B \Rightarrow u(10 \text{ 億}) > 0.01 \times u(0) + 0.1 \times u(50 \text{ 億}) + 0.89 \times u(10 \text{ 億}) \\ \therefore 0.11 \times u(10 \text{ 億}) > 0.01 \times u(0) + 0.1 \times u(50 \text{ 億})$$

$$(2) \quad D > C \Rightarrow 0.11 \times u(10 \text{ 億}) + 0.89 \times u(0) < 0.1 \times u(50 \text{ 億}) + 0.9 \times u(0) \\ \therefore 0.11 \times u(10 \text{ 億}) < 0.01 \times u(0) + 0.1 \times u(50 \text{ 億})$$

授業での実験結果は次のとおりである。

	C	D	
A	$\frac{10}{38} = 26\%$	$\frac{11}{38} = 29\%$	$:\frac{21}{38} = 55\%$
B	$\frac{3}{38} = 8\%$	$\frac{14}{38} = 37\%$	$:\frac{17}{38} = 45\%$
	$\frac{13}{38} = 34\%$	$\frac{25}{38} = 66\%$	

(16) 大垣・田中 [20] 参照。本稿ではフランを円に置き換えている。

	C	D	
A	$\frac{0}{21} = 0\%$	$\frac{9}{21} = 43\%$	$:\frac{9}{21} = 43\%$
B	$\frac{1}{21} = 5\%$	$\frac{11}{21} = 52\%$	$:\frac{12}{21} = 57\%$
	$\frac{1}{21} = 5\%$	$\frac{20}{21} = 95\%$	

最初は流経大での結果であり，次は慶大での結果である．いずれも結合分布から，個人の選択としては矛盾する $A \wedge D$ よりも合理的な $B \wedge D$ が最も多くなっている，アレのパラドックスが起きているとは言い難い．とくに慶大では，合理的な $B \wedge D$ 選択者の割合（52%）， B 選択者の割合（57%），および D 選択者の割合（95%）がどれも最大値となっていて整合的な結果となっている．

このようにパラドックスとは言えない結果が得られたのは，いずれの実験においても期待金額を計算した学生が多かったからではないかと推測される．期待効用はわからなくても期待金額はわかる学生が多いことは上で述べたとおりである．期待金額はリスク中立的な経済主体の期待効用であるが，この事実を知らなくても結果としては期待効用を計算したことになっているわけである．

4. 5. 4 確実性効果

現実のプレイヤーが期待効用理論に従わない行動を示すと言われている例としては，ほかに⁽¹⁷⁾次の実験がある．

(1) あなたは A , B のうちどちらを選びますか

A : 確率0.80で4000円, 確率0.2で0円

B : 確率1.00で3000円

(17) 筒井・山根 [30]

(2) あなたは C , D のうちどちらを選びますか

C : 確率0.20で4000円, 確率0.80で0円

D : 確率0.25で3000円, 確率0.75で0円

ここでは(1)の確率が(2)で $\frac{1}{4}$ になっているだけなので, 合理的プレイヤーならば $A \wedge C$, または $B \wedge D$ のように選ぶはずである. しかし, 現実のプレイヤーは以下に示すように期待効用理論どおりには行動しない.

	C	D	
A	$\frac{14}{57} = 25\%$	$\frac{29}{57} = 51\%$	$:\frac{43}{57} = 76\%$
B	$\frac{3}{57} = 5\%$	$\frac{11}{57} = 19\%$	$:\frac{14}{57} = 24\%$
	$\frac{17}{57} = 30\%$	$\frac{40}{57} = 70\%$	
	C	D	
A	$\frac{8}{24} = 33\%$	$\frac{13}{24} = 54\%$	$:\frac{21}{24} = 87\% (24\%)$
B	$\frac{0}{24} = 0\%$	$\frac{3}{24} = 13\%$	$:\frac{3}{24} = 13\% (76\%)$
	$\frac{8}{24} = 33\%$ (84%)	$\frac{16}{24} = 67\%$ (16%)	

以前と同じく, 上は流経大, 下は慶大, () 内は阪大の結果である. まず, 周辺分布をみると, (1)については流経大と慶大では A 選択者が多く, 確実な B 選択者は A の各々 $\frac{1}{3}$ 以下, $\frac{1}{6}$ 以下とかなり少ないのに対し, 阪大では逆に B 選択者が多く, A 選択者の約3倍である. (2)については流経大も慶大も D 選択者は C 選択者の2倍以上であるが, 阪大ではこれも逆に C 選択者は D 選択者の5倍以上である. エルスバーグの壺と同様, ここでも関東人と関西人の反応は著しい対照をなしている.

結合分布では, 数字は多少異なるが流経大と慶大は同じ順位で並んでおり, $A \wedge D$ 選択者が各々51%, 54%と最も多く, $B \wedge C$ 選択者は5%以下

である。これに対して阪大では、 $A \wedge D$ 選択者は周辺分布から D 選択者割合である16%以下と極端に少なく、 $B \wedge C$ 選択者については最大で76%であり、かなり多いと推測される。

これらの結果はいずれも期待効用理論と矛盾している。とくに、流経大と慶大で最大割合となった $A \wedge D$ 選択者の行動様式は奇妙で、(1)では期待金額を見ているが(2)では確率だけを重視したかのようである。阪大の結果については、筒井・山根 [30] は(1)で B が多いのは確実性が好まれたからであろうとコメントしているが、(2)では金額だけを重視して C を選んだかのようで、これも奇妙な行動様式ではある。いずれにせよ、阪大の結果はともかく、流経大と慶大の結果からは行動経済学という確実性効果は見られなかったと言える。

4. 6 推論の誤謬

4. 6. 1 日常的論理

合理的プレイヤーの推論は数学の論理に従っていることは言うまでもないが、現実のプレイヤーの論理もそうであるとは限らない。それは時にはあいまいで、間違っていることもある。たとえば、

すべての科目に A をとる学生がいる

と言うとき、これは「ある学生がすべての科目に A をとる」のか、「どの科目にも少なくとも 1 人 A をとる学生がいる」ということなのかがあいまいである。これが、

オリンピックですべての競技に優勝する選手がいる

という文ならば、後者の意味であることは経験上自明なのであいまいさはなくなるが、文自体の論理構造のあいまいさは同じである。また、ゲーム

における戦略の組がナッシュ均衡であるとは

自分だけが戦略を変更しても利得は増加しない

ことと定義できるが、次のゲームのナッシュ均衡を求めよという問題では (a, a) のほかに (b, b) もナッシュ均衡であると正しく答える学生は少ない。

	a	b
a	5, 5	0, 0
b	0, 0	0, 0

純粋協調ゲーム

行動経済学的に言うならば、5が求めるナッシュ均衡の利得だからより小さい0が答になるはずはないだろうという「代表性」の効果、あるいは増加しないならば減少しているという不正確な「日常的論理」が原因となっているのかもしれない。日常会話では「以上」は「より大きい」、「以下」は「より小さい」と同じ意味に使われることが多く、現実のプレイヤーもこのように厳密性を欠いた思考に支配される傾向にある。

4. 6. 2 論理パズル

現実のプレイヤーは「～でない」という単純な論理操作さえも間違えやすい。以下に示すのは、スマリアンの本に載っている問題を脚色したものである。⁽¹⁸⁾

各々の住民が「正直者」かまたは「ウソつき」のいずれかである町がある。正直者は本当のことしか言わず、ウソつきはウソしか言わない。

(18) レイモンド・スマリアン [29]

問題 1. 旅人が最初に出会ったこの町の住民である夫妻に「あなたがたご夫妻は正直者，ウソつきのどちらですか？」と尋ねると，夫は不機嫌に「両方ともウソつきだよ！」と答えた．さて，この夫と妻はどちらだろうか？

問題 2. 次に出会ったこの町のカップルにその旅人は「お 2 人ともウソつきですか？」と尋ねると，男は「少なくとも片方はね」と答えた．この男と女はどちらだろうか？

問題 3. 3 番目に出会ったこの町に住む親子に「お 2 人はどちらですか」と尋ねると，親は「もし私が正直者ならば子供も正直者だ」と答えた．さて，この親子についてはどうだろうか．

ウソつきの言うことはその否定が真であるので，正しく「否定」して矛盾を解消できるかどうかのポイントであり，正解は以下のとおりである．

問題 1 夫はウソつき；妻は正直者

問題 2 男は正直者；女はウソつき

問題 3 親は正直者；子供も正直者

この問題を 1 年ゼミ，3 年ゼミおよび 4 年ゼミの学生に解答させたところ，解答者合計 28 人中正答数は問題 1 が 10 人 (36%)，問題 2 が 6 人 (21%)，問題 3 が 3 人 (11%) であった．問題 1 と 2 は，

$A \vee B$ の否定は $(not A) \wedge (not B)$

であることがわかればいずれも同程度に容易な問題であるが，正答率に差が出てしまったのは意外である．問題 3 は

$A \Rightarrow B$ は $(\text{not } A) \vee B$ と同値

であるから、親がウソつきだとすれば「 $A \wedge (\text{not } B)$ 」が真、つまり親は正直者となって矛盾する。この同値関係は日常的には意外と認識されていないようなので、正答率は3問のうちで最低であろうとは予想できたが、28人中3人しか正しく答えていないのは少なすぎるという印象である。日常論理的に言えば、「AならばB」は「Aである場合に限ってBである」ということなので、「Aでない」場合はそのまま成り立っていることになるのだが。

この同値関係は、しかし、政治家という人種には本能的に嗅ぎ取られていると言えるかもしれない。ある政治的不祥事が生じた場合、その責任的立場にある政治家の常套句は

それが事実であるとすれば、遺憾である

というものである。これは「それは事実ではない、かまたは、遺憾に思う」ということなので、**事実ではない**と信じていさえすれば、遺憾だと思ふ必要はなく、その答弁は全く正しいことになってしまうのである。

4. 6. 3 ポアンカレの名言

数学的に推論することが当然の思考方法としてあまり認識されていないことについて、フランスの大数学者アンリ・ポアンカレは次のように述べている。

すべての人が必ずしも発見をなし得ないことは、何ら怪しむに足らない。すべての人が必ずしも前に学んだ証明を記憶し得ないものもお首肯されよう。しかしながら、現に数学上の推理を説明されてい

るその場に於いてさえ、必ずしもこれが理解されないというに至っては、一考すればすこぶる驚嘆すべきことのように思われる。しかも、辛苦してわずかに理解し得る人々の方が大多数を占める。これは争うべからざる事実であって、中等学校の教師の経験は必ずわたくしの言にそむかないに相違ない。(アンリ・ポアンカレ『科学と方法』吉田洋一訳、岩波文庫 [21])

中等学校の教師のみならず、数理的科目担当の大学教師すべての経験にもそむかないと言えることであろう。数学者ではない現実のプレイヤーのこのような性向についてポアンカレはさらに『数学の証明は単に推論式を並べたのみではない。ある一定の順序に配列された推論式』であり、この『隠れた調和と関係とをわれわれに洞察せしめる数学上の秩序に対するこの感じ、この直覚は、必ずしもすべての人のもつところではない』と述べている。⁽¹⁹⁾

確かに数学を創造するわけではない一般人ないし現実のプレイヤーは述べられているような直覚をもつとは限らない。合理的プレイヤーもまた、定理を創造するためにプレイしているわけではないが、ナッシュ均衡に至る推論にはしばしば同じような直覚も必要である。ブラウワーの不動点定理による均衡の存在証明のためにナッシュが作った混合戦略の改訂を実行する連続写像は、そのまま合理的プレイヤーの行動様式を記述している。⁽²⁰⁾ この意味でも、ポアンカレの言葉は合理的プレイヤーと現実のプレイヤーの違いについての洞察であると言うことができる。

(19) 吉田洋一、前掲書。

(20) Nash [14]

5 おわりに

本稿では実行不可能な必勝戦略の存在という合理性の限界から始め、オートマトンやチューリングマシンによる手続きの合理性とこれに依存した限定合理的戦略行動を経て、生身の人間の戦略行動や経済行動についての実験結果が合理的行動と矛盾する傾向にあることをみてきた。

とくにゲームの実験では、利他的行動が多少とも例外なく観察されることは興味深い事実である。匿名性が保証された実験環境においても「利己主義者と思われたくない」という意識が働くのだろうか。そうだとすれば、さりげなく置かれたホルスの目が利他的行動を促進するという結果が「評判」を意識することによるものであるということとはまことにもっともなことである。経済の一般均衡（ワルラス均衡）は利他主義者が存在する世界では成立しないが、市場を離れた公共的な場では公共財ゲームの実験が示すように抑制されていた利他的行動が露わになるのだとみるならば、利他性は人間の本性に生得的に備わっている性向であると言える。

本稿では触れなかったが、ヨハイ・ベンクラーは著書 [2] の中で、金銭的報酬をやめると献血の質と量が向上するという事実や、核廃棄物処理施設の建設という架空の計画に対して、建設地域住民への補償金の支払いを提案すると賛成者が激減するというスイスでの実験を紹介している。これは「社会貢献」というフレーミング効果の例であるが、利他性と同様、金銭的私利私欲だけを追及する合理的プレイヤーであれば、関心の埒外にある徳目であろう。

では、経済学は合理的主体の仮定を捨てるべきだろうか。数学の定理は1個の反例で壊れてしまうけれども、物理学においてさえ、理論と矛盾する事実が直ちに理論の廃棄を意味するわけではない。アインシュタイン

の光子は、光のニュートン理論を否定しただろうか。経済理論は、CES 生産関数やフィリップス曲線などを除けば帰納的に作られてはいない。さらに、合理的でない行動様式を統一的に説明できる原理があるのかどうか、また脳科学とドッキングした「神経経済学」がそれを実現できるのかという疑問もある。行動経済学がまさに標準的経済学があって初めて展開しえたように、「理論があって初めて何を測定すべきかが決まるのだ」というアインシュタインの言葉は経済学にもあてはまる⁽²¹⁾。行動経済学や実験ゲーム理論の結果は、反例として標準的経済学を否定するのではなく、整合的に取り込まれて経済学やゲーム理論の内容を実証的、処方的および規範的にさらに豊かにする役割を果たすべきであり、またそうなることを期待したい。

References

- [1] Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*, Basic Books.
- [2] Benkler, Y. (2013). *The Penguin and the Leviathan*. 『協力がつくる社会』山形浩生訳, NTT 出版
- [3] Chaitin, G.J. (1987). *Information, Randomness and Incompleteness*, Series in Computer Science 8, World Scientific.
- [4] Cutland, N.J. (1980). *Computability*, Cambridge University Press, Cambridge. MIT Press.
- [5] Flood, M.M. (1952). "Some experimental games," *Research Memorandum RM-789*, Rand Corporation, June.
- [6] Heisenberg, W. (1974). *Der Teil und Das Ganze*. 『部分と全体』山崎和夫訳, みすず書房
- [7] Howard, J.V. (1988). "Cooperation in the prisoners' dilemma," *Theory and Decision* 24.
- [8] Jones, J.P. (1982). "Some undecidable determined games," *International Journal of Game Theory* 11.
- [9] Kalai, E. (1990). "Bounded rationality and strategic complexity," In T.Ichiishi et al. eds. *Game Theory and Applications*, Academic Press, New York.

(21) Heisenberg [6]

- [10] Kolmogorov, A.N. (1965). "Three approaches to the quantitative definition of information," *Problems of Information Transmission* 1.
- [11] Nakayama, M. (2014). "Mutual cooperation and unilateral altruism in a one-shot Prisoner's Dilemma -A computability approach-," *Ryutsu Keizai Daigaku Ronshu* 49, 2.
- [12] 中山幹夫. (1999). 「ゲームと戦略の計算可能性について」『三田学会雑誌91巻4号』
- [13] Nash, J.F. (1996). *Essays on Game Theory*, introduced by K.Binmore, Edward Elgar.
- [14] ———. (1951). "Non-cooperative games," *Annals of Mathematics* 54.
- [15] ———. (1953). "Two-person cooperative games," *Econometrica* 21.
- [16] von Neumann, J., Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press. 『ゲーム理論と経済行動』武藤滋夫訳, 勁草書房, 2014
- [17] Neyman, A. (1985) "Bounded complexity justifies cooperation in the finitely repeated Prisoner's Dilemma," *Economic Letters* 19.
- [18] 小田亮. (2011). 『利他学』新潮選書, 新潮社
- [19] 岡田章. (2014). 『ゲーム理論・入門 (新版)』有斐閣アルマ, 有斐閣
- [20] 大垣昌夫, 田中沙織. (2014). 『行動経済学』有斐閣
- [21] Poincaré, J.H. (1908). *Science et Méthode*, 『科学と方法』吉田洋一訳, 岩波文庫, 1953
- [22] Post, E.L. (1944). "Recursively enumerable sets of positive integers and their decision problems," *Bulletin of the American Mathematical Society* 50.
- [23] Prasad, K. (1991). "Computability and randomness of Nash equilibrium in infinite games," *Journal of Mathematical Economics* 20.
- [24] Rabin, M.O. (1957). "Effective computability of winning strategies," In M.Dresher et al. eds. *Contributions to the Theory of Games vol.III*, *Annals of Mathematics Studies*, Princeton University Press, Princeton.
- [25] Richter, M.K. and Wong, K.C. (1999). "Non-computability of competitive equilibrium," *Economic Theory* 14.
- [26] Robinson, J. (1951). "An iterative method of solving a game," *Annals of Mathematics* 54.
- [27] Rosenthal, R. (1981). "Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox," *Journal of Economic Theory* 25.
- [28] Roth, A.E. (1993). "The early history of experimental economics," *Journal of the History of Economic Thought* 15.
- [29] Smullyan, R. (1987). *Forever Undecided: A Puzzle Guide To GÖDEL*, A Knopf, Inc., New York. 『決定不能の論理パズル』長尾確, 田中朋之訳, 白揚社, 1990
- [30] 筒井義郎, 山根承子. (2012). 『図解雑学行動経済学』ナツメ社