《論　文》

ロジスティクスと多属性意思決定問題

―ウェイト付けと総合評価の方法―

百合本　　　茂

キーワード：多属性意思決定，選好ウェイト，総合評価，ロジスティクス

1．はじめに

ロジスティクスにかかわる様々な意思決定問題には，運送会社や輸送手段の選択，倉庫・配送センターの拠点選択のように，候補となるいくつかの代替案の中から最も相応しいものを複数の評価基準に基づいて選び出すという問題が数多く存在する。それらに共通するのは，候補とすべき代替案として何が考えられるか，代替案をどのような基準で評価するか，それらの評価基準の重要度はどうか，最終的にどのようにして総合評価を行い最適と思われる案を選ぶのかなど，問題の構造は共通していると考えられる。すなわち，以下に示すような手順に従う。

①　問題の構造の把握
　　目的の明確化，意思決定者を確認する
②　代替案の列挙
　　想定される代替案，選択対象となる候補を列挙する
③　評価基準・評価項目の抽出
　　どのような評価基準に従って意思決定を行うか，それらの基準や項目を抽出する
④　評価基準・評価項目に関する代替案の情報収集
　　想定される代替案について，その属性や評価基準に関する定性的・定量的な情報を収集し，必要に応じてスコアリングを行う
⑤　評価基準・項目に対する重要度の付与
　　代替案を評価するにあたり，意思決定者が評価基準や項目にどのようにウェイ

トを置くかを把握する

⑥　代替案の総合評価と最適案の選択

評価基準・項目に関する情報とそれに対する重要度をもとに，何らかの形でそれらを統合して総合評価を行い，最適案を選択する

⑦　結果の吟味や感度分析

選択した最適案を吟味し，必要なら，条件を変化させ感度分析を行う

一般に，このような問題は多基準分析（Multi-Criteria Analysis，MCA），また，代替案の評価という面からみた場合，多基準評価（Multi-Criteria Evaluation，MCE），多属性評価（Multi-Attribute Evaluation，MAE），意思決定者の観点からみると，多属性意思決定問題（Multi-Attribute Decision Making，MADM），そして，複数の属性を多目的として捉えた場合，多目的意思決定問題（Multi-Objective Decision Making，MODM）などと呼ばれており，企業の意思決定問題のほか，公共事業におけるプロジェクト案の選択や環境評価，地域政策決定に際しての情報提供などに用いられてきた[1][2]。

ロジスティクスにおける様々な意思決定問題では，通常は費用の最小化，利益の最大化というように，問題の要因を貨幣価値で捉え，何らかの数式モデルを使用して問題を解くことがしばしば行われている。たとえば，倉庫や配送センターなどロジスティクスの拠点となるべき施設の立地は，それら施設の建設・運営費用や，その拠点まで，あるいは拠点からの輸送費用を考慮に入れて決定されることが多く，これは，原材料・部品調達地，工場，倉庫，配送センター，顧客などからなるロジスティクスネットワークをいかに設計するかという問題（施設配置問題）を解くことに相当する。そこでの目標は，輸送費用や施設費用などの総費用最小化であり，この視点から数理計画法などによってモデル化，定式化がなされ，最適化ソルバーなどを利用して解が求められる。

意思決定にあたっての評価基準のすべてがこのような費用，利益といった貨幣価値で捉えられるならともかく，現実には，たとえば立地問題などでは，考慮されるべき要因として，輸送費用や施設費用などのコスト要因のみならず，労働力の豊富さや技術・教育水準，輸送交通条件，地元の誘致政策，環境など，様々な要因を考慮することが必要になる。これらの要因には費用として捉えることの困難なものも数多く含まれ，総費用を最小化する地点を選ぶという視点からだけでは問題は解決しない。

本稿では，ロジスティクスの様々な場面でみられるこのような代替案の評価・選択に際し，費用だけでなく多様な要因や評価基準に基づいて意思決定を行う多属性意思決定問題を整理し，数値事例を示しながら，通常用いられてきた手法のみならず，新たな方法を提示する。

まず，２章では，代替案を評価する際の基準や代替案の属性に対し，どの基準や属性にどの程度のウェイトを置くかといったウェイト付けの問題を取り上げる。

いくつかの評価基準や属性にウェイトを付与する方法としては，聴き取り調査などに

より意思決定者に直接的に尋ねる方法，意思決定者の評価基準に対する選好順位から決定するいくつかの方法，また，代替案の各基準のもつ情報量の大きさ（データのばらつきや乱雑性）に応じてウェイトをつける方法，基準間の重要性の相違を一対比較という形で表現し，それに基づいてウェイトを求める階層化意思決定法（Analytic Hierarchy Process，AHP）による方法などがある[3][4]。また，意思決定者の評価基準に対する選好順位にあいまいさを考慮したファジィ線形計画法を用いた方法もある[5]。

３章では，多属性をどのように統合し，評価を行うかという代替案の総合評価の問題を扱う。これについても，単純な加重評価にはじまり，評価項目間に相互依存関係の存在する場合の処理など，多くの方法が開発されている。２章で取りあげる AHP やファジィ線形計画法による方法は，この範疇に入れることもできる。

４章は，２，３章で示した方法について整理し，まとめとする。

２．評価基準に対する重要度の求め方（ウェイティングの方法）

いくつかの代替案の中から最適と思われる案を選択するには，代替案を評価する基準が必要である。代替案は様々な属性を持っていると考えられるので，評価にあたっては複数の基準や属性を総合して結論を出さねばならない。意思決定者がこれらの基準や属性のどれをどの程度重要視するかは，意思決定の目的や意思決定者の性格によっても様々であり，主観的な側面を持つ。いずれにしても，意思決定者は評価基準や属性に対する選好の度合いや重要性の度合いに応じて何らかの形でウェイトを与え，代替案を総合的に評価することになる。

意思決定者は代替案の持つ属性から得られる情報をもとに評価を行うが，その情報が代替案によって大きな差がなければ，その属性は決定的な評価基準にはなりえない。たとえば，倉庫の立地地域選択の際に“土地の賃料・地価”が重要であると考えても，すべての候補地が同じような賃料や地価であるならば，その属性（評価基準）は意思決定者の判断に対して多くの情報をもたらすものとは考えられず，立地選択要因としての意味をもたなくなる。このように，ある属性や要因に対する重要性を表すウェイトの大きさは，意思決定者の主観的な考え方が直接反映すると共に，それぞれの属性について，代替案による較差のようなものが影響してくることも考えられる。本節では，このような点を考慮した方法も含め，従来，多属性意思決定問題で用いられてきたいくつかのウェイト付けの方法を紹介し，考察する。

２－１　聴き取りによる主観的方法

最も簡便な主観的評価の方法で，各属性について意思決定者に聴き取りを行うことによって点数付けをし，それを正規化するなどしてウェイトとするものである。意思決定

者の生の声が反映できるが，恣意的になる可能性も高い。

2－2　AHP（Analytic Hierarchy Process）

AHP では意思決定の構造を階層化して捉え，意思決定者が代替案の評価基準となる属性間の一対比較を行うことにより，どちらの属性がどのくらい重要かを値で表現し，その値により構成される一対比較行列から，固有値などを用いて属性のウェイトを求める。次に，このウェイトと，それぞれの属性について代替案の優劣に関する一対比較を行って得られるウェイトからそれらの積和を求め，最終的にもっとも値の大きな案を最適案として選択する。

この方法は意思決定者の主観的考え方をデータとして反映できる利点があり，近年，様々な場面で適用されている。ただ，代替案の数が多いと一対比較の数が膨大になり，煩雑化し信頼性の点で問題が生じることがある。また，属性や代替案が追加されたような場合には，一対比較のやり直しの煩雑性，代替案の順位の逆転の可能性などいくつかの問題点も指摘されている[6]。

代替案の数が多い場合には，代替案ごとに一対比較を行うことなく，代替案の持つ属性を，「とても良い」「良い」「悪い」，「かなり重要」「重要」「少し重要」などというファジィな表現で評価するなど何らかの形で指標化し，一方，代替案ごとに絶対的な評価のできる数値が得られる場合には，その数値を正規化するなどして総合評価を行う方法が考えられている。すべての評価を一対比較で行う相対評価法に対し，これは AHP の絶対評価法と呼ばれ，多くの代替案の中から最適案を選択しなければならない場合に有用な方法といえる。

AHP で求められるウェイトは，意思決定者の考え方を反映した主観的な評価結果とされるが，既述したように，意思決定者が重要と考えていても，その評価基準（属性）に代替案による差が無ければ意思決定者に対して大きな情報をもたらすとはいえない。この点に注目した方法を次に示す。

2－3　エントロピー法

評価基準となる属性の持つデータの差異の大きさをウェイトに反映させる客観的評価の方法である。意思決定者の主観は入らず，それとは独立に，以下のようなエントロピー指標を用いてデータの散布度や乱雑性を捉えようとするものである[7][8]。

いま，代替案 i の属性 j に関する情報を数値化したものを d_{ij}（属性行列：Decision Matrix）とする。これをすべての属性について正規化した p_{ij}（正規化 Decision Matrix，⑴式）を用いて，⑵式で示されるエントロピー指標を作成する。

$$p_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sum_i d_{ij}} \qquad (\ i=1 \sim m,\quad j=1 \sim n) \tag{1}$$

$$E_j = -1/\ln(m)\sum_{i=1}^{m} p_{ij} \ln p_{ij} \tag{2}$$

ある属性 j に対するエントロピー値 E_j が大きいほど，その属性に関して代替案による差異が小さいことを示している。すなわち，エントロピー値が大きくなればなるほどデータは一様化され，代替案を選択する際にもたらされる情報量が少ないと考えられる。反対に，エントロピー値が小さくなればデータ間に較差があることになり，意思決定者にとってその差が意味を持つようになる。

属性 j の代替案の値 p_{ij} がすべて等しい場合，明らかに E_j は 1（エントロピー最大）となり，反対に，ある一つの代替案の値が 1 に，他のすべての代替案の値が 0 に近づいてくると，E_j は 0（エントロピー最小）に近づく。

なお，(2)式の(1／ln(m))は，$0 \leqq E_j \leqq 1$ を保証するためのものである。各々の属性に含まれるデータ間の差異の程度，あるいは意思決定に寄与する情報量は，エントロピー値を 1 より引くことにより以下の式で表される。これは多様化ファクター（diversification factor）とも呼ばれている[7]。

$$f_j = 1 - E_j \tag{3}$$

f_i が大きいほどデータ間に差異が大きく，選択結果に影響を及ぼす度合いが高くなる（その属性のウェイトが大きくなる）。

f_i が属性 j に固有のデータの散らばりの程度あるいは対比の強さを表す尺度と考えられるなら，属性 j の客観的評価結果としてのウェイト w_j は以下の式で表すことができる。

$$w_j = f_j / \sum_{j=1}^{n} f_j = (1 - E_j) / \sum_{j=1}^{n} (1 - E_j) \tag{4}$$

この指標は(1)式で示される属性行列を利用して計算されるので，意思決定者とは独立であり，属性データに対する客観的な評価手続きといえる。もし，意思決定者が各要因に対し特に選好する理由を考えなければ，ウェイトは以上のようになる。

このようにエントロピー指標は，代替案の間でより大きな較差のある属性が意思決定者の選択に際して重要な情報をもたらすという考え方から，そのウェイトを大きくするものである。代替案の示すデータをもとに，おのおのの評価基準（属性）の重要性についての情報量を表すものとしてウェイト算出に使用することができる。

いま，あるロジスティクス関連施設の立地選定に際し，候補地点が 4 か所あり，それを評価する基準が表 1 のようになっていたとする。このデータをもとに，上記(1)から(4)

式に従ってエントロピー値を計算しウェイトを求めたものが，表下の数字である。データ較差の大きい $j=2$ の建設費用のウェイトが一番大きくなっている。

次に，データを表２のように，建設費用の地点による差異が他の属性と比べて最も小さくなるように変えた場合，これに関するウェイトが最も小さくなった（表２下の w_j）。建設費用という属性の，立地を評価するに際しての影響力が小さくなり，重要度も低くなったといえる。

表１　ロジスティクス関連施設の属性値１とウェイト

地点ｉ	労働人口	建設費用	土地の広さ	誘致政策
a	7000	350	53	10
b	8000	800	89	3
c	2000	300	49	8
d	10000	1100	85	5
wj＝	0.3068	0.3610	0.0929	0.2394

表２　ロジスティクス関連施設の属性値２とウェイト
（j＝２建設費用のデータ較差を小さくした場合）

地点ｉ	労働人口	建設費用	土地の広さ	誘致政策
a	7000	2300	53	10
b	8000	2100	89	3
c	2000	2400	49	8
d	10000	2000	85	5
wj＝	0.4750	0.0107	0.1437	0.3706

２－４　意思決定者の選好順位から求める方法

ここでは，意思決定者が代替案を選択する際の評価基準に重要性に応じて選好順位を与え，それをもとにウェイトを算出するいくつかの方法について示す[9][10][11]。

いま，代替案の評価基準が n 個あり，それに対して，意思決定者が考える選好順位が以下のようであるとする。

$$w_1 \geqq w_2 \geqq w_3 \geqq w_4 \cdots\cdots \geqq w_n \qquad (4)$$

$$\Sigma\, w_j = 1,\quad w_j \geqq 0 \quad (j = 1 \sim n) \qquad (5)$$

これらの制約を満たすウェイト付けの方法として，以下のようなものが提案されてい

る[12][13]。

① Rank Sum　RS

個々の順位を順位合計で割ることによって正規化しウェイトとする方法である。

$$w_j = \frac{n-j+1}{\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)} = \frac{(n-j+1)}{n(n+1)/2} \tag{7}$$

② Rank Exponent　RE

Rank Sum の方法を一般化したもので，(8)式において $z=1$ の場合は Rank Sum と同様であり，$z=0$ のときにはすべてが等ウェイトとなる。z が大きくなるほど，ウェイトの較差が急激に開いていく（表3，図1参照)。

$$w_j = \frac{(n-j+1)^z}{\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)^z} \tag{8}$$

③ Rank Reciprocal　RR

順位の逆数をその合計で割ることによって正規化しウェイトとする方法である。

$$w_j = \frac{1/j}{\sum_{i=1}^{n}(1/i)} \tag{9}$$

④ Rank Order Centroid　ROC

順位を維持する中でもっともあり得る値（centroid；重心）をウェイトとする方法である。

$$w_j = \frac{1/n}{\sum_{i=j}^{n}(1/i)} \tag{10}$$

これらの方法では，意思決定者の評価基準に対する選好順位そのものがウェイトに反映されるものの，同順位の場合にはすべて同じ数字となり，意思決定者による順位に関する程度の差などは考慮されない。たとえば，評価基準の数が4つあり，その順位が以下の⑾式で表される場合には，ウェイトの大きさは意思決定者が誰であっても表3に示されるような数字になる。

$$w_1 \geqq w_2 \geqq w_3 \geqq w_4 \tag{11}$$

なお表3には，上述の4つの方法（Rank Exponent に関しては，z の大きさを0～10まで変化させた場合)，および，2−2で示した AHP 法の属性間の重要性に関する一対比較値の与え方を狭い間隔で与える場合，すなわち，1位を2位の間の一対比較値を2（1位の属性と2位の属性は同じくらいか1位の属性の方が若干重要，の中間)，1位と3位との値を3（1位の属性の方が若干重要)，1位と4位との値を4（若干重要と重要の中間)，また，広い間隔で与えた場合，すなわち，1位と2位の間の一対比較値を3（若干重要)，3位との値を5（重要)，4位との値を7（かなり重要)，それぞれを用いて計算したウェイトも加えている。またこれらを図示したものが図1，2である。

表３　４つのウェイト算出法によるウェイトの大きさ

	Rank Exponent											RS	RR	ROC	AHP	AHP
順位	z=0	z=1	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7	z=8	z=9	z=10				1234	1357
1	0.250	0.400	0.533	0.640	0.723	0.788	0.838	0.876	0.906	0.928	0.946	0.400	0.480	0.521	0.467	0.564
2	0.250	0.300	0.300	0.270	0.229	0.187	0.149	0.117	0.091	0.070	0.053	0.300	0.240	0.271	0.278	0.263
3	0.250	0.200	0.133	0.080	0.045	0.025	0.013	0.007	0.004	0.002	0.001	0.200	0.160	0.146	0.160	0.118
4	0.250	0.100	0.033	0.010	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.100	0.120	0.063	0.095	0.055

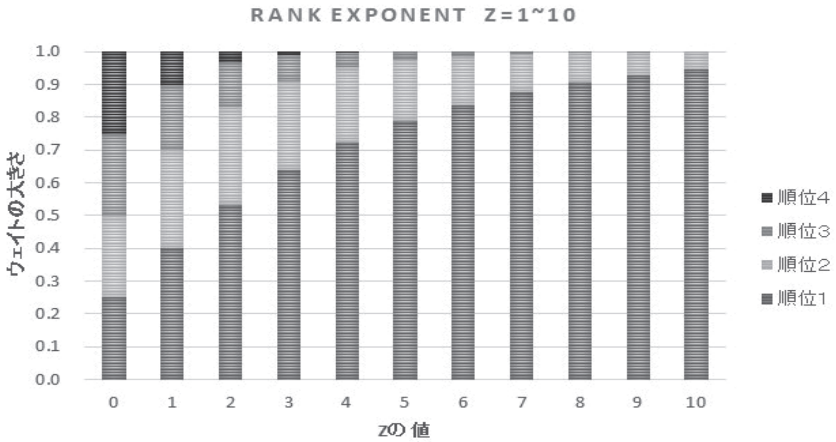

図１　Rank Exponent 法における z を０から10まで変化させた場合のウェイト

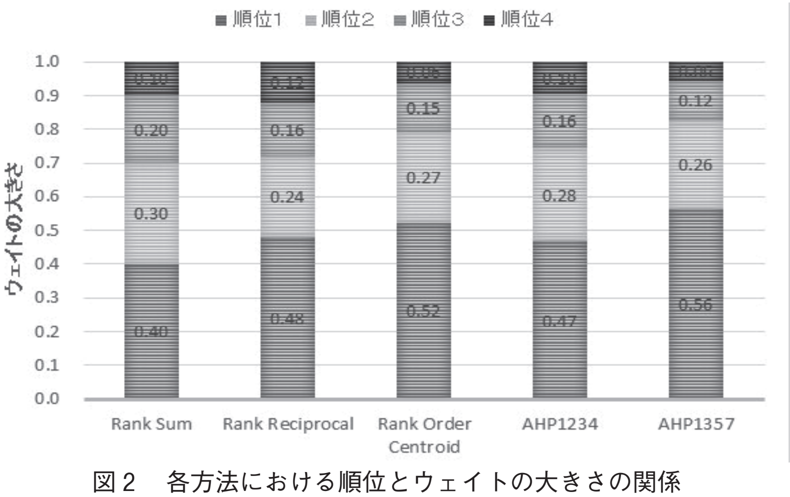

図２　各方法における順位とウェイトの大きさの関係

表３および図１をみると，Rank Exponent 法では，$z = 0$ の等ウェイトから z が大きくなるにつれてウェイト間の差が拡がり，順位１位のウェイト値が１に近づいているこ

とがわかる。また，図２では，AHP の一対比較値を差が小さくなるような狭い間隔で与えた場合には Rank Reciprocal 法による値と，差を広くとった場合は，Rank Order Centroid 法による値と近似していることがわかる。

いずれにしても，ここに示した４つの方法では，順位のみから求めたウェイトの大きさは意思決定者が誰でも変わらないことになる。この点を考慮し，同じ順位の場合に意思決定者による順位差の程度をファジィな形で反映させたウェイト導出の方法を次に示す。

２－５　ファジィ線形計画法による方法

ここではまず，実際にいくつかの代替案の中から一つの案を選択した意思決定者について，彼が判断した評価基準（属性）に対する選好性の程度を考慮に入れた場合，結果的に各基準にどのようにウェイトを置いていたかを算定できるモデルを提示する[5]。

意思決定者は，選択した代替案を他に検討対象とした複数の案より何らかの意味で相対的に優位であるとみなしたわけであるが，この選択がどのような評価基準を重要視した結果であるかをこのモデルにより数量的に捉えることにする。

いま，各評価基準に関する代替案 i の正規化された情報（属性値）h_{ij} が得られているものとしよう。いま，評価基準に対する重要度を w_j とすると，線形結合を仮定した場合，代替案の総合評価値は以下のように表される。

$$A_i = \sum_j w_j h_{ij} \qquad (12)$$

代替案が３個（$a,\ b,\ c$），評価基準が４個（$j = 1 \sim 4$）の簡単な例を考える。また，意思決定者が判断した代替案の相対的優位性として，選択した案 a と他の案（$b,\ c$）との総合評価値の差の最小値の最大化，すなわち，次善の代替案との総合評価値の差（ε）の最大化，

$$\max\{\min(\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{ij})\} \qquad ((i = b,\ c)$$

を考えると，次のような定式化が可能である。

$$\max \quad \varepsilon \qquad (13)$$

s.t.

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{bj} \geqq \varepsilon \qquad (14)$$

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{cj} \geqq \varepsilon \qquad (15)$$

$$\Sigma w_j = 1 \qquad (16)$$

$$\varepsilon,\ w_j \geqq 0 \quad (j = 1 \sim 4) \qquad (17)$$

制約式⒁，⒂は，選択した代替案 a の総合評価値が他の案 b，c の総合評価値を下回らないことを示している。式⒃は評価基準に対するウェイトを正規化するためのものである。

ここでいま，意思決定者の各評価基準に対する選好性を反映させるために，前項の４つの方法のように，各基準に対しての重要性の度合いを順位で与え，これを制約条件として付加することを考える。たとえば，４つの評価基準の重要性の順位を，基準１，２，３，４のように順序付けたとすると前述の⑾式のようになるが，現実の意思決定者の評価基準に対する判断に際しては，これらの基準間の順位にはかなりの差がある場合もあるし，ほんの少しの差の場合，あるいは，ほとんど同じと考える場合もあり，当然のことながら意思決定者によって異なる。このように，順位の差には，“かなり”とか“ほんの少し”というようなあいまい性が存在するが，これをそのままの形で意思決定に取り入れることを考え，ファジィ理論の考え方を導入する。単に順序関係を不等式で示すより，この方がより現実的であるし，意思決定者の評価基準に対する選好の度合いをより忠実にモデルに反映させることができる。

そこでここでは，意思決定者が各評価基準をどのように重視しているかを順位の形で与えるが，このときその選好の度合いにあいまい性を導入し，基準１と基準２の関係を，以下の３通りで判断することにする。

１の方をかなり重視している　$w_1 >> w_2$　⒅

１の方を少し重視している　$w_1 > w_2$　⒆

ほぼ同じくらいである　$w_1 \approx w_2$　⒇

記号>>は“かなり重視”，>は“少し重視”，≈は“ほぼ同様”を表すファジィ記号とする。これらの関係を取り入れた式を，式⑾の代わりに上記の問題に付加し，これらのもとで，式⒀を最大にする $\boldsymbol{w}$ を求めればよいことになる。

このようなファジィ環境における意思決定は，R.E. Bellman と L.A. Zadeh により，ファジィ目標とファジィ制約を統合した決定集合を定義する形で理論づけが行われた[14]。その後，H.J. Zimmermann は，ファジィ目標とファジィ制約のある線形計画問題を定式化した[15][16]。これは，意思決定者が主観的に定めるメンバシップ関数を線形関数と仮定し，ファジィ決定に対する最大化決定を採用すれば，ファジィ線形計画問題は通常の線形計画問題として解けるというものである[17]。

この考え方を応用し，各評価基準の選好順序を表すファジィ制約とともに，選択した代替案と次善の案との総合評価値の差を最大化するように代替案を選定する際，この差がだいたいある値以上というファジィ目標を設定し，意思決定者が主観的に定めるメンバシップ関数に線形関数を仮定する。このとき，ファジィ制約とファジィ目標との共通集合であるファジィ決定に対して，その集合に帰属する度合いを最大にするような $\boldsymbol{w}$ を選ぶという最大化決定を行うものと仮定すると，既述したようにファジィ線形計画問題は通常の線形計画問題に変換でき，容易に解を得ることができる。

たとえばいま，評価基準が４つあり，その重要度を，以下のように判断したとする。

$$w_1 \gg w_2 \approx w_3 > w_4 \tag{21}$$

制約式ではこれらの関係は，

$$w_1 - w_2 \gg 0 \tag{22}$$

$$w_2 - w_3 \approx 0 \tag{23}$$

$$w_3 - w_4 > 0 \tag{24}$$

として表されるが，これをファジィ制約と考えると，これを特性づけるメンバシップ関数が必要になる。ここでは，次のような線形メンバシップ関数を用いることにする（図３）。

$$m_i(f_i(\boldsymbol{w}))=\begin{cases} 0 & ;\ f_i(\boldsymbol{w}) \leqq b_i - d_i \\ 1-\dfrac{b_i - f_i(\boldsymbol{w})}{d_i} & ;\ b_i - d_i \leqq f_i(\boldsymbol{w}) \leqq b_i \\ 1 & ;\ f_i(\boldsymbol{w}) \geqq b_i \end{cases} \tag{25}$$

$f_i(\boldsymbol{w})$は式(22)～(24)に示されるようなi番目のファジィ制約式，$m_i(f_i(\boldsymbol{w}))$はそれらに関するメンバシップ関数で，制約式(22)のように，“かなり重視”している場合にはb_iの値は大きく，制約式(24)のように，“少し重視”している場合には小さな値に設定される。

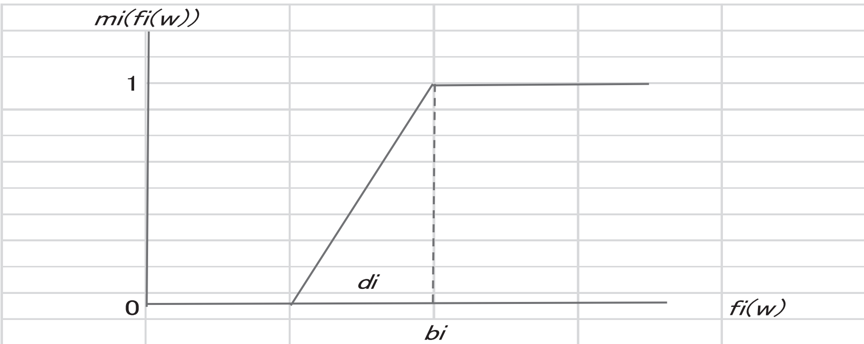

図３　メンバシップ関数（“かなり重視”の場合）

ここで問題になるのは，基準１が基準２よりかなり重要であるとしても，これがウェイトの差としてどのくらいになるかということである。これは意思決定者が主観的に設定すればよいが，AHP一対比較での計算過程を参考にすることも可能である。すなわち，ある基準を他より“かなり重視”する場合，先の表３の最右列AHP1357の数字を見ると，基準１を基準２より“かなり重視”とする場合の数字の差（0.564－0.263）は0.3，また，基準２と基準３の数字の差（0.263－0.118）は0.15に近くなっており，ここではこれを参考にし，“かなり重視”する場合のb_iを0.3，d_iを0.15とみなすこととする。

その結果，２つの要因のウェイトに0.3以上の差があると，“かなり重視”という集合の帰属度が１となり，メンバシップ関数の値は１となる。また，その差が0.15（＝$b_i - d_i$）以下の場合には，“かなり重視”とはいえないことになる。“少し重視”するという場合には，少なくとも差があればいいことになるので b_i と d_i を同じ値にすればよい。

制約式(23)のような，“ほぼ同等”という場合のメンバシップ関数としては，次のような関数が考えられる（式(26)，図４）。

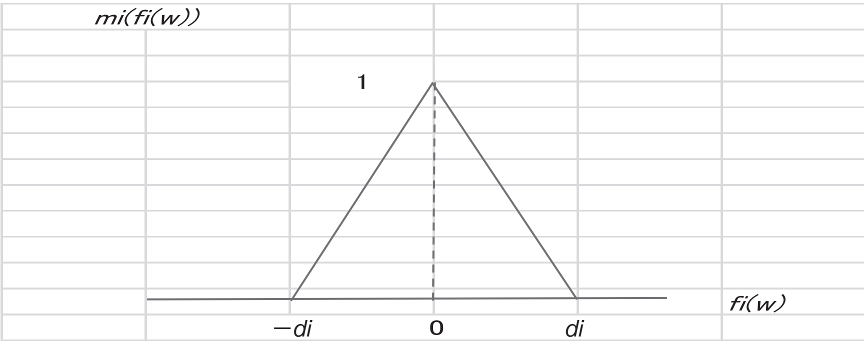

図４　メンバシップ関数（“ほぼ同等”の場合）

$$m_i(f_i(\boldsymbol{w})) = \begin{cases} 0 & ;\ f_i(\boldsymbol{w}) \leqq -d_i \\ 1 + \dfrac{f_i(\boldsymbol{w})}{d_i} & ;\ -d_i \leqq f_i(\boldsymbol{w}) \leqq 0 \\ 1 & ;\ f_i(\boldsymbol{w}) = 0 \\ 1 - \dfrac{f_i(\boldsymbol{w})}{d_i} & ;\ d_i \geqq f_i(\boldsymbol{w}) \geqq 0 \\ 0 & ;\ f_i(\boldsymbol{w}) \geqq d_i \end{cases} \tag{26}$$

さて，目的関数として，選択された代替案と次善の案との総合評価値の差を最大化するようなモデルを考える場合，ここにもこの差がだいたいある値以上というファジィ目標を取り入れると，そのメンバシップ関数は，図３と同様に以下のようになる。

$$m_g(f_g(\boldsymbol{w})) = \begin{cases} 0 & ;\ f_g(\boldsymbol{w}) \leqq b_g - d_g \\ 1 - \dfrac{b_g - f_g(\boldsymbol{w})}{d_g} & ;\ b_g - d_g \leqq f_g(\boldsymbol{w}) \leqq b_g \\ 1 & ;\ f_g(\boldsymbol{w}) \geqq b_g \end{cases} \tag{27}$$

ここで，$f_g(\boldsymbol{w})$ は式(13)のような目的関数，$m_g(f_g(\boldsymbol{w}))$ はそれに関するメンバシップ関数である。意思決定者はこれらをもとに，ファジィ制約とファジィ目標との共通集合であるファジィ決定に対して，その集合に帰属する度合いを最大にするような $\boldsymbol{w}$ を選ぶという最大化決定を行うものと仮定すると，ファジィ線形計画問題は，

$\max\{\min(f_g(\boldsymbol{w}),\ f_i(\boldsymbol{w})\}$

を満足する $\boldsymbol{w}$ を求める問題になる。すなわち，選択した代替案と次善の案との総合評価値の差を最大化するモデルのファジィ化は，

$$\max \quad \varepsilon \tag{28}$$

s.t.

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{bj} \geqq \varepsilon \tag{29}$$

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{cj} \geqq \varepsilon \tag{30}$$

$$w_1 - w_2 >> 0 \tag{31}$$

$$w_2 - w_3 \approx 0 \tag{32}$$

$$w_3 - w_4 > 0 \tag{33}$$

$$\Sigma w_j = 1 \tag{34}$$

$$\varepsilon,\ w_j \geqq 0 \quad (j=1, 2, 3, 4) \tag{35}$$

により与えられ，これは次の線形計画問題を解けばよいことになる。

$$\max \quad \lambda \tag{36}$$

s.t.

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{bj} \geqq \varepsilon \tag{37}$$

$$\Sigma w_j h_{aj} - \Sigma w_j h_{cj} \geqq \varepsilon \tag{38}$$

$$\frac{\varepsilon}{d_g} \geqq \lambda \tag{39}$$

$$1 - \frac{b_1 - (w_1 - w_2)}{d_1} \geqq \lambda \tag{40}$$

$$1 - \frac{(w_2 - w_3)}{d_2} \geqq \lambda \tag{41}$$

$$1 - \frac{(w_3 - w_2)}{d_2} \geqq \lambda \tag{42}$$

$$\frac{(w_3 - w_4)}{d_3} \geqq \lambda \tag{43}$$

$$\Sigma w_j = 1 \tag{44}$$

$$\lambda,\ \varepsilon,\ w_j \geqq 0 \quad (j=1, 2, 3, 4) \tag{45}$$

制約式(39)はファジィ目標に関するメンバシップ関数で，ε は最適な代替案と次善の案の総合評価値の差を表しており，ここでは，図3の形の関数を採用し，少なくとも0以上であればよいので，式(27)の b_g と d_g を同値とした。また，式(40)はファジィ制約式(31)に，式(41)(42)は式(32)に，式(43)は式(33)にそれぞれ対応している。また，目的関数の λ の値は制約条件と目的関数を満たす解集合への帰属度を表し，0以上1以下の値をとることになる。

この問題を解くことにより，意思決定者の各評価基準に対する重要度，すなわち，

ファジィ制約式(21)を満たす各評価基準に対するウェイト $\boldsymbol{w}$ を求めることができる。また，このようにして得られたウェイトは，意思決定者が代替案を選択した際の各評価基準に対する選好の度合いを数値化したものと解釈できる。

この方法により，意思決定者が評価基準に対し，どのようにウェイトを置いて代替案を選択したかが求められるが，このモデルを代替案の選択問題に使用するには次のようにする。すなわち，上の例での代替案 a を，他の案 b, c に置き換え，それぞれ代替案の数だけ線形計画問題を解き，目的関数値のもっとも大きな代替案を選択すればよい。この場合，制約条件の関係から実行不可能なケースも出てくる可能性がある。意思決定者の考える重要性の順位では，どのようなウェイトの置き方をしても，その案の総合評価値が他の代替案の値より大きくならず，制約条件を満たすことができない場合である。そのような代替案は，意思決定者の選好に合致せず，対象外ということになる。

いま，ロジスティクス関連施設の立地問題での代替案の属性値（表１）を正規化したデータを利用し，立地点を d とした場合の制約式(21)を満たすウェイトを，式(36)から(45)の線形計画問題を解くことにより求めた結果は以下のとおりである。

$$w_1 \gg w_2 \approx w_3 > w_4$$
$$0.5146 \quad 0.1785 \quad 0.1785 \quad 0.1285$$

表４は，この問題を Excel ソルバーを使用して解いた結果であり，ウェイト値は表の下の方にある変数の行に示されている。

表４　ソルバーによる計算結果（地点ｄが立地点の場合）

D									
		w１	w２	w３	w４	e	λ	制約式	定数
	制約１	0.3	−0.5844	0.35955	−0.5	−1		0	0
	制約２	0.2	−0.1023	−0.0449	0.2	−1		0.05233	0
	制約３	0.8	−0.7273	0.40449	−0.3	−1		0.26551	0
dg= 0.05	選好順序１					1	−0.05	0	0
d1= 0.15　b1= 0.3	選好順序２	1	−1				−0.15	0.18609	0.15
d2= 0.05	選好順序３		1	−1			−0.05	−0.05	−0.05
d2= 0.05	選好順序４		−1	1			−0.05	−0.05	−0.05
d2= 0.05	選好順序５			1	−1		−0.05	0	0
	正規化（＝１）	1	1	1	1			1	1
	変数	0.5146	0.1785	0.1785	0.1285	0.0500	1.0000		
		d1= 0.15　b1= 0.3				目的セル	1		

これは，立地点を a から d にそれぞれ変えて線形計画モデルを解いた結果，式(36)で示される目的関数値が最も大きくなったのが地点 d の場合であり，その際求められたウェイトが上のようであったことを示している。なお，目的関数値をみると，その大きさから立地点の順位（総合評価値）は以下のようになることがわかった。

$d \to a \to b \to c$

ちなみに，上述した属性の順位と選好関係（(21)式）を，AHP での一対比較に対応させてみたものが表５である。これは，属性１は属性２，３と比較すると“かなり重視”の５，属性４と比較すると“極めて重視”の７，属性２，３は属性４と比較すると，“やや重視”の３の数値を付与して一対比較行列を作り，幾何平均による方法によってウェイトを求めてみたものである。表４のウェイト結果とやや似た数字になっていることがわかる。

表５　AHP 一対比較行列とウェイト

AHP	属性1	属性2	属性3	属性4	幾何平均値	ウェイト
属性1	1	5	5	7	3.6371	**0.632**
属性2	1/5	1	1	3	0.8801	**0.153**
属性3	1/5	1	1	3	0.8801	**0.153**
属性4	1/7	1/3	1/3	1	0.3549	**0.062**
					5.7523	

$w_1 \gg w_2 \approx w_3 > w_4$

0.632　0.153　0.153　0.062

３．総合評価の方法

いくつかの属性や要因を統合して総合評価を行う方法は，前節で述べた AHP やファジィ線形計画法を用いたものも含め，多属性意思決定問題として様々なものが開発されているが，ここでは，もっとも簡潔な方法とともに，わが国ではあまり普及しておらず，かつ現実の問題に適用が容易な手法について示すことにする[18],[19],[20]。

３－１　SAW（Simple Additive Weight）

単純明快な方法で，まず，代替案の属性について，値が大きい方が優れている場合（quality measure）にはその最小値を示す値との差を，費用のように値が小さい方が良い場合（cost measure）には最大値を示す値との差を求め，以下の(46)，(47)式により正規化を行う。それらの正規化した値と属性に対するウェイトとの積和を求め，その大きさにより評価するものである。

$$h_{ij} = \frac{(d_{ij} - d_j^-)}{\left(d_j^+ - d_j^-\right)} \quad \text{(quality measure)} \tag{46}$$

$$h_{ij} = \frac{(d_j^+ - d_{ij})}{\left(d_j^+ - d_j^-\right)} \quad \text{(cost measure)} \tag{47}$$

ここで，h_{ij} は正規化行列の各要素，d_{ij} は表１に示されるような代替案の属性値（属

性行列 Decision matrix の各要素)，添え字の＋，－はそれぞれの属性における最大値と最小値を指す（代替案 i，属性 j)。値が大きいほど優れている場合は(46)式，値が小さいほど優れている場合には(47)式が用いられる。

表１に示した属性値をもとに，これらの計算をした結果は表６の左側に記されているが，どのような属性指標も，データのバラツキによらず，最良値を１，最悪値を０としてしまうという問題点がある。

この値と各属性に対するウェイト w_j との積和を求めて総合評価値（先に示した(12)式）とし，その最も大きな案が選ばれることになる。

$$A_i = \sum_j w_j h_{ij} \tag{12}$$

前項で求めた表４のウェイトを用いて総合評価値を計算した結果は，表６右側に示される。

表６　SAW による総合評価

地点 i	労働力 j＝1	建設費用 j＝2	土地の広さ j＝3	誘致政策 j＝4	総合評価値	順位
a	0.625	0.9375	0.1	1	0.6353	2
b	0.75	0.3750	1	0	0.6313	3
c	0	1	0	0.7143	0.2702	4
d	1	0	0.9	0.2857	0.7119	1

３－２　コンコーダンス分析

従来より，公共事業における様々なプロジェクト案の評価や選択を行うため，代替案の各属性に注目し，代替案を一対比較しながらその優越性を調べ，それを数値化することによって代替案の順序付けを行う手法が開発されてきた。このような代替案の属性に関する優劣を積み重ねて順序付けるアウトランキング手法として，1960年代にフランスで開発された ELECTRE 法（ELimination Et Choix Traduisant la REalite)[2][21]，また，それをさらに改良し発展させたコンコーダンス分析などがある[2][22]。ここでは，コンコーダンス分析を用いた数値例を示してみる。

ロジスティクス関連施設の立地問題で使用した表１のデータを使用し，各地点の優劣を地点相互に一対比較を行うことによって検討してみよう。

なお，前項の SAW と同様にこの方法でも，あらかじめ評価基準（属性）に対する選好ウェイトを与えておく必要があるので，ここでは，前節のファジィ線形計画法によって求めたものを採用する。

表７　ロジスティクス関連施設の属性値とウェイト

地点ｉ	労働人口	建設費用	土地の広さ	誘致政策
a	7000	350	53	10
b	8000	800	89	3
c	2000	300	49	8
d	10000	1100	85	5
wj＝	0.5146	0.1785	0.1785	0.1285

（注）ウェイトは表４によるもの

いま，代替案（この例では地点）a の案 b に対する優位性の集合を㈵式のように定義する。

d_{aj} は代替案 a，評価基準 j の属性行列の値である。劣位性についても，案 a の方が劣っている集合として㈶式のように定義できる。なおここでは，値が大きいほど優れているものと仮定する。建設費用のような cost measure の場合には不等号の向きは逆になる。

$$C(a, b) = \{j \mid (d_{aj} \geq d_{bj})\} \tag{48}$$

$$D(a, b) = \{j \mid (d_{aj} < d_{bj})\} \tag{49}$$

前者は，案 a が b より優れているか，もしくは無差別である評価基準の集合，後者は a が b より劣っている基準の集合で，それぞれ，コンコーダンス（concordance），ディスコーダンス（discordance）の訳から一致の条件，不一致の条件とも呼ばれている［21］。

これをもとにして，次のようにコンコーダンス指数 C_{ab}（案 a が b より優れている程度を示す），および，ディスコーダンス指数 D_{ab}（案 a が b より劣っている程度を示す）を導出する。

$$C_{ab} = \sum_{j \in C(a,b)} w_j \tag{50}$$

$$D_{ab} = \sum_{j \in D(a,b)} w_j \left(d_{bj} - d_{aj}\right) / \left(d_j^{+} - d_j^{-}\right) \tag{51}$$

たとえば，表７のデータにおいて，地点 a の地点 b に対するコンコーダンス指数は以下のようになる。すなわち，地点 a と b の評価基準（属性値）をみてみると，地点 a が b より優れているのは，２建設費用と４誘致政策についてである。これに関する選好ウェイトを㈸式にあてはめると，次のようになる。

$$C_{ab} = w_2 + w_4 = 0.1785 + 0.1285 = 0.3070$$

$C_{ab}=1$のとき，案 a は案 b に完全に優越していることを示し，また，これが０ならば，どの基準からみても案 b より劣っていることになる。このように，コンコーダンス指数は評価基準に関する相対的優位性を表している。

これをすべての案を対にして求めたものが表８の左半分である。また，それぞれの案について行和と列和を計算し，その差を求めた次の㈺式がコンコーダンス優越指標であ

る。行和はその案が他のすべての案より優れている指数の合計，列和は劣っている指数の合計を意味している。

$$C_a = \sum_{a \neq k} C_{ak} - \sum_{k \neq a} C_{ka} \tag{52}$$

表８　コンコーダンス指数と優越指標

地点 i	a	b	c	d	行和	列和	優越指標	順位
a		0.3070	0.8215	0.3070	1.4354	1.56	−0.1291	3
b	0.6930		0.6930	0.3570	1.7430	1.26	0.4861	2
c	0.1785	0.3070		0.3070	0.7924	2.21	−1.4152	4
d	0.6930	0.6430	0.6930		2.0291	0.97	1.0583	1

これをみると，地点の順位は，$d \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow c$ となっていることがわかる。コンコーダンス指数の式から明らかなように，この優位性は評価基準のウェイトのみから算出されており，属性行列は考慮されていないので，属性値の大きさの差は無視される。

次に，地点 a と b について，地点 a の劣位性をディスコーダンス指数として求めてみよう。(51)式を利用すると，以下のように表せる（表９参照）。

$$D_{ab} = \frac{w_1(d_{b1} - d_{a1})}{(d_1^+ - d_1^-)} + \frac{w_3(d_{b3} - d_{a3})}{(d_3^+ - d_3^-)}$$

$$= \frac{0.5146(8000 - 7000)}{(10000 - 2000)} + \frac{0.1785(89 - 53)}{(89 - 49)} = 0.2250$$

式(51)の分母は評価基準 j の評価値の最大値と最小値の差，分子は基準 j の地点 a と b の評価値の差にその基準 j の選好ウェイトをかけたものである。これをすべての代替案（地点）間について調べ，地点間の劣位性行列を作成する。

作成された行列の行和は代替案の劣位性の総和を表し（その案が他の案に対して持つ劣位性の総和），また列和は他の案がその案より劣っている度合い（他の案がその案に対して持つ劣位性の総和）を表している。この行和から列和をひいたものをその代替案の劣位性を示す尺度とする（ディスコーダンス優越指標）。すなわち，以下の式のようになる。

$$D_a = \sum_{a \neq k} D_{ak} - \sum_{k \neq a} D_{ka} \tag{53}$$

表９　ディスコーダンス指数と優越指標

地点 i	a	b	c	d	行和	列和	優越指標	順位
a		0.2250	0.0112	0.3357	0.5719	0.8641	−0.2923	2
b	0.2289		0.2033	0.1654	0.5975	0.8741	−0.2766	3
c	0.3762	0.5644		0.6752	1.6158	0.4480	1.1678	4
d	0.2591	0.0848	0.2335		0.5774	1.1763	−0.5989	1

この場合の優越指標は，負の最大値が劣位性最小といえるので，これによる地点の順位は　$d \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c$ となる。コンコーダンス指数によるものとは２，３位が異なっているが，先のファジィ線形計画法やSAWによる結果と一致している。

３－３　その他の評価法

いくつかの評価基準や属性を統合して総合評価を行う方法は，SAWやコンコーダンス分析のように，評価基準に対する選好ウェイトと属性行列を与え，それらをもとに総合評価を行うものが多い。この範疇に入るその他の方法として，TOPSIS（Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution）や妥協的計画法（Compromise Programming，CP）などもある[1]。

また，前節で述べたAHPやファジィ線形計画法を用いた方法は，選好ウェイトを求めるとともに，総合評価も可能とするものである。

４．まとめ

本稿は，ロジスティクスにおける多くの意思決定問題にみられるように，複数の基準や要因を同時に考慮しながらそれらを総合評価し，代替案を選択するという多属性意思決定の方法を概観し，特に評価基準に対する重要度を表すウェイトの捉え方，また，それらの基準を総合化する手法について，数値例を示しながら述べたものである。

これらの一連の手法を，データの入出力関係の観点からまとめたものが表10である。２節で示したウェイティングの方法が表の分析手法の上４つであり，エントロピー法は属性行列のみの客観的データから，また，順位法は意思決定者の選好順位のみのデータから，AHPは一対比較，ファジィ線形計画法では，属性行列と選好順位の程度から，それぞれウェイトを求めるものであった。表10の下４つは，ウェイトが求められていることが前提で，それと属性行列から総合評価を行う方法である。

なお，AHPとファジィ線形計画法による方法ではその両者が求められる。

いずれにしても，多属性を評価する方法は様々であり，それぞれ特徴に応じて適用することになるが，必要に応じて複数の手法を用い，その結果を意思決定のための情報として活用すればよい。

表10　多属性評価手法（ウェイティングと総合評価）

分析手法	input					output	
	属性行列	選好順位	一対比較	ウェイト		ウェイト	総合評価値
エントロピー法	○					○	
順位法		○				○	
AHP			○		➡	○	○
ファジィ線形計画法	○	○				○	○
SAW	○			○			○
コンコーダンス分析	○		○	○			○
TOPSIS	○			○			○
妥協的計画法	○			○			○

参考文献

［1］百合本茂,「多属性評価による意思決定の方法」, 物流問題研究 , No.47, pp.1-14, 2006

［2］Delft, A. & Nijkamp, P., *Multi-Criteria Analysis and Regional Decision-Making*, Martinus Nijhoff Social Sciences Division, Leiden, 1977

［3］Saaty, T. L., *Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York, 1980

［4］刀根薫, 真鍋龍太郎編,『AHP 事例集』, 日科技連, 1990

［5］百合本茂,「輸送手段選択問題へのファジィ線形計画モデルの応用」, pp.549-570, 流通経済大学創立五十周年記念論文集, 流通経済大学出版会, 2015

［6］木下栄蔵編,『AHP の理論と実際』, 日科技連出版社, 2000

［7］Hwang, C.L. & Yoon, K., *Multiple Attribute Decision Making –Methods and Applications– a State of the Art Survey*, Springer-Verlag, Berlin, 1981

［8］Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, pp.187-198, McGraw-Hill, New York, 1982

［9］Ewa Roszkowska, "Rank Ordering Criteria Weighting Methods: a Comparative Overview", *Optimum Studia Ekonomiczne*, No.65, pp.14-33, 2013

［10］Department for Communities and Local Government, *Multi Criteria Analysis: a Manual*, London, 2009

［11］堀江典子・萩原清子,「多基準分析の今日的意義と課題」, 総合都市研究, No.82, pp.93-103, 2003

［12］Stillwell, W.G., Seaver, D.A., Edward,W., "A Comparison of Weight Approximation Technique in Multiattribute Utility Decision Making", *Organizational Behavior and Human Performance*, No.28, pp.62-77, 1981

［13］Barron F.H., Barrett B.E., "Decision Quality Using Ranked Attribute Weights, *Management Science*, Vol.42, No.11, pp.1515-1523, 1996

［14］Bellman, R.E. & Zadeh, L.A., "Decision Making in a Fuzzy Environment", *Management*

Science, Vol.17, No.4, pp.141-164, 1970

［15］Zimmermann, H.J., "Description and Optimization of Fuzzy Systems", *International Journal of General Systems*, Vol.2, pp.209-215, 1976

［16］Zimmermann, H.J., "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.1, pp.45-55, 1978

［17］坂和正敏，『経営数理システムの基礎』，森北出版，pp.102-119, 1991

［18］Horsky D., Rao M. R., "Estimation of Attribute Weights from Preference Comparisons", *Management Science*, Vol.30, No.7, pp.801-822, 1984

［19］Figueira, J, Roy, B., "Determining the Weights of Criteria in the ELECTRE Type Methods with a Revised Simos' Procedure", *European Journal of Operational Research*, Vol. 139, No.2, pp.317-326, 2002

［20］Saeid, M., Ghani, A.A, Selamat, H., "Rank-Order Weighting of Web Attributes for Website Evaluation", *The International Arab Journal of Information Technology*, Vol. 8, No. 1, 2011

［21］中村清，「地域環境分析とエレクトル手法」，早稲田商学，No.274，pp.351-366，1978

［22］萩原清子編著，『環境の意思決定支援の基礎理論』，勁草書房，2013